

# Plasma-flow: Plasmas et mécanique des fluides

## *Physique des jets fluides et de leur interaction avec une paroi*

A. Coppalle

(alexis.coppalle@coria.fr)

### Contenu:

- Cas simple: l'écoulement potentiel du jet plan avec un point de stagnation
  - Cas simple: l'écoulement potentiel du jet cylindrique avec point de stagnation
  - Cas plus réaliste: l'écoulement d'un jet cylindrique avec point de stagnation et prise en compte d'une couche limite de paroi
  - Cas plus réaliste: Calcul de la température
  - Ecoulements réels avec un point de stagnation
  - Physique des aérosols
  - Métrologies
- 
- ✓ *rappel des lois de la mécanique des fluides appliquées aux cas des jets impactants*
  - ✓ *Présentation des caractéristiques générales dans le cas des jets sur une plaque plane*
  - ✓ *Pas de prise en compte des propriétés intrinsèques des plasmas.*
  - ✓ *Le fluide est considéré comme un milieu continu.*

# Cas simple: l'écoulement potentiel du jet plan avec un point de stagnation

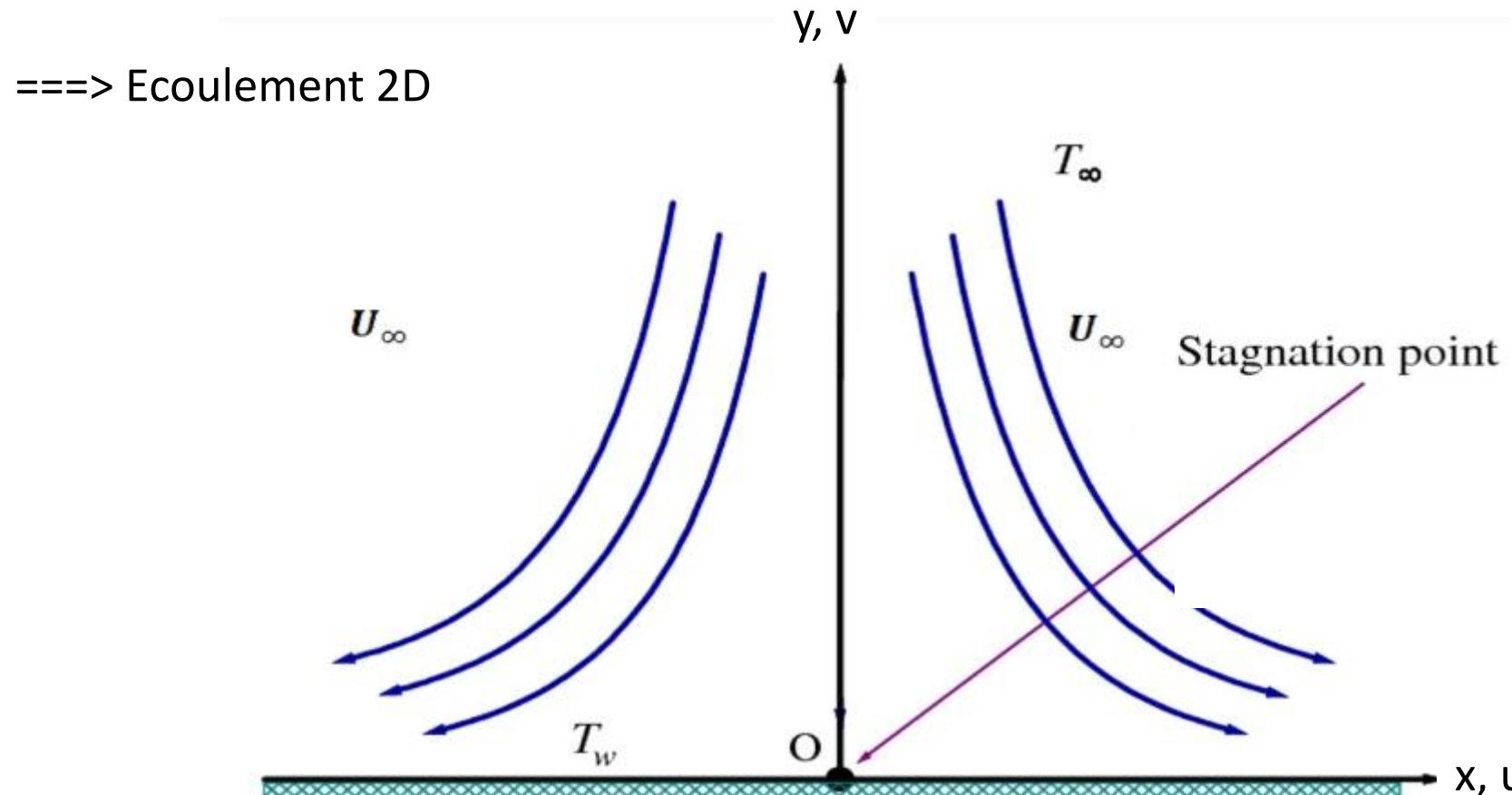
Hypothèses:

écoulement stationnaire et incompressible

viscosité nulle

pas d'effet de la gravité

Cas d'un jet plan impactant: variable  $x, y$  et vitesse  $\mathbf{V}(u, v)$



# Cas simple: l'écoulement potentiel du jet plan avec un point de stagnation

Hypothèse: écoulement irrotationnel

$\text{rot } [\mathbf{V}(u,v)] = 0 \implies \text{il existe un scalaire } \Phi \text{ tel que } \mathbf{V}(u,v) = \text{grad}[\Phi]$

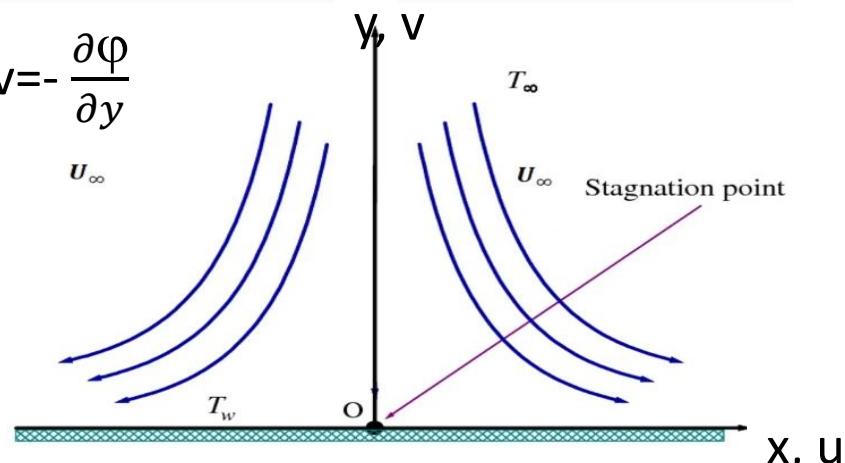
$\Phi$  est le potentiel des vitesses

On a donc:  $u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$  et  $v = \frac{\partial \Phi}{\partial y}$  (Rappel écoulement 2D)

Rq: on peut montrer que pour un écoulement irrotationnel, l'équation de Navier-Stokes (NS) devient

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\text{grad}(P) \quad (\Leftrightarrow \text{équation d'Euler pour les écoulements non visqueux})$$

Rappel: la fonction courant  $\varphi$  est telle que  $u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$  et  $v = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}$



# Cas simple: l'écoulement potentiel du jet plan avec un point de stagnation

On montre que tout écoulement irrotationnel peut être déterminé grâce à une ***fonction potentiel complexe W*** définie par

$$W = \Phi + i\varphi$$

$\Phi$  Fonction potentiel des vitesses  
 $\varphi$  la fonction courant

Dans le cas d'un écoulement avec un point de stagnation

$W = A z^2$  représente bien l'écoulement, avec  $z = x + iy$

$$W = A z^2 \implies W = A [x^2 - y^2 + 2ixy]$$

1-  $\Phi = A (x^2 - y^2) \implies u = ax$  et  $v = -ay$  avec  $a = 2A$

2-  $\varphi = a xy$

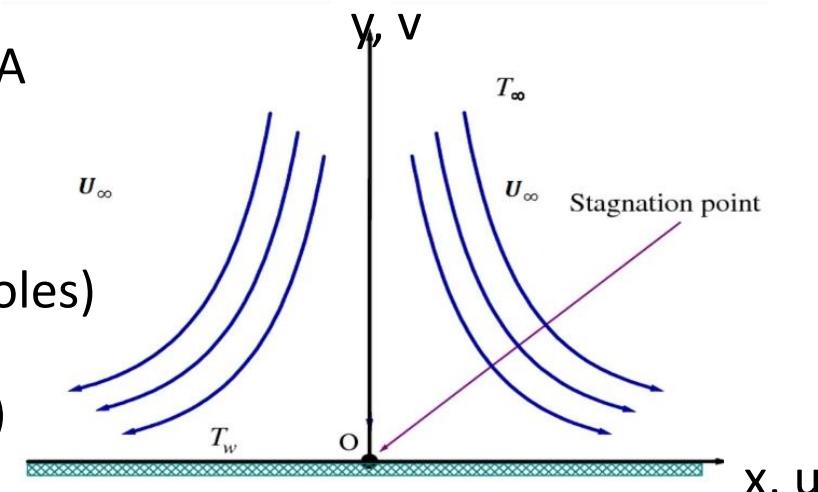
Les lignes de courants sont définies par  $a xy = \text{cst}$  (hyperboles)

l'équation de Navier-Stokes (NS) devient (composante en x)

3-  $\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = a^2 x$  avec  $a = \frac{\partial u}{\partial x}$

Et la relation de Bernouilli est vrai partout

4-  $P + \rho(u^2 + v^2)/2 = \text{cst}$  partout



# Cas simple: l'écoulement potentiel du jet plan avec un point de stagnation

**Pour résumer,** la solution  $u = ax$  et  $v = -ay$  avec  $a = \frac{\partial u}{\partial x}$

- Vérifie l'équation de continuité  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

- l'équation de Navier-Stokes (NS) devient (composante en x)

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \rho a^2 x$$

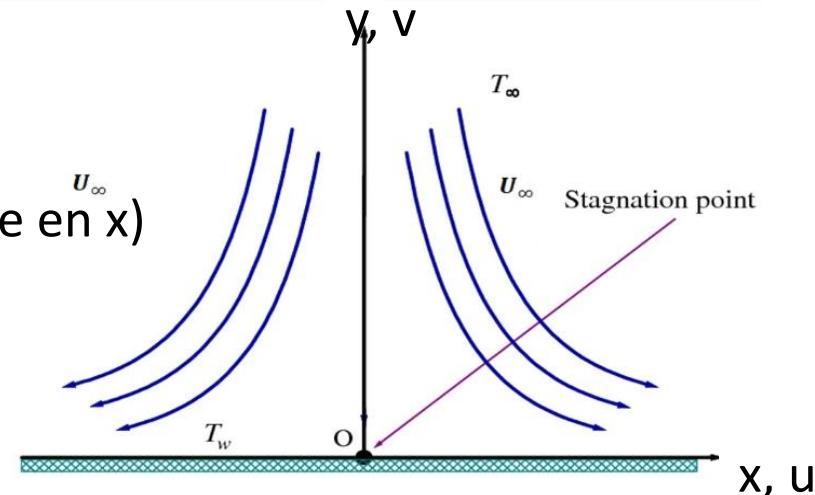
- l'équation de la température est

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \kappa \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \text{ (avec } k \text{ la conductivité thermique)}$$

*La solution est à rechercher en fonction des conditions du jet initial et à la paroi*

- la relation de Bernouilli est vrai partout

$$P + \rho(u^2 + v^2)/2 = P_0 \text{ partout, } P_0 \text{ au point de stagnation}$$

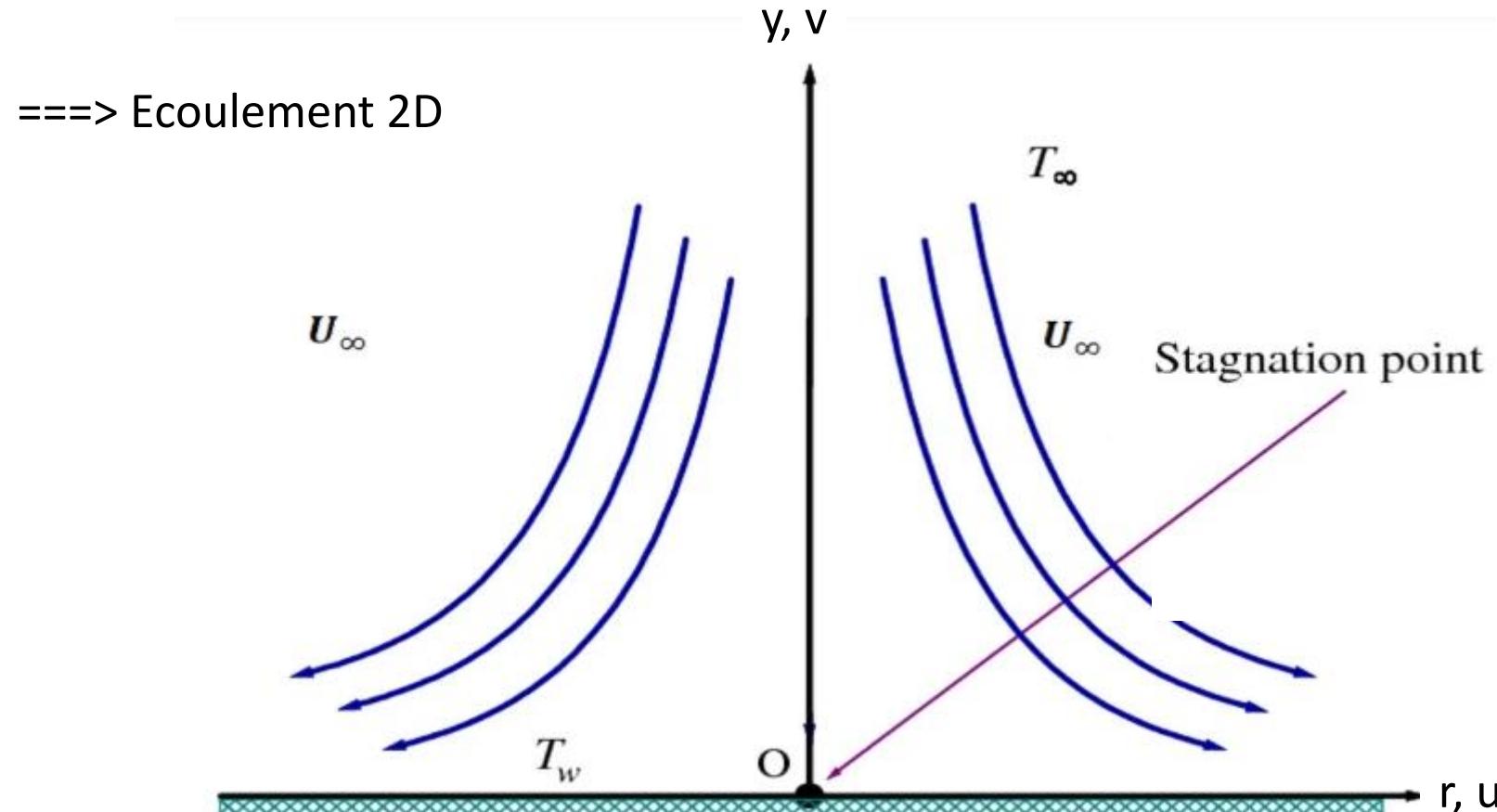


# Cas simple: l'écoulement potentiel du jet cylindrique avec point de stagnation

Hypothèses:

- écoulement stationnaire et incompressible
- viscosité nulle
- pas d'effet de la gravité

Cas d'un jet cylindrique impactant: variable  $r, y$  et vitesse  $\mathbf{V}(u, v)$



# Cas simple: l'écoulement potentiel du jet cylindrique avec point de stagnation

On a vu que tout écoulement irrotationnel peut être calculé grâce à une **fonction potentiel complexe  $W$**  définie par

$$W = \Phi + i\varphi$$

$\Phi$  Fonction potentiel des vitesses  
 $\varphi$  la fonction courant

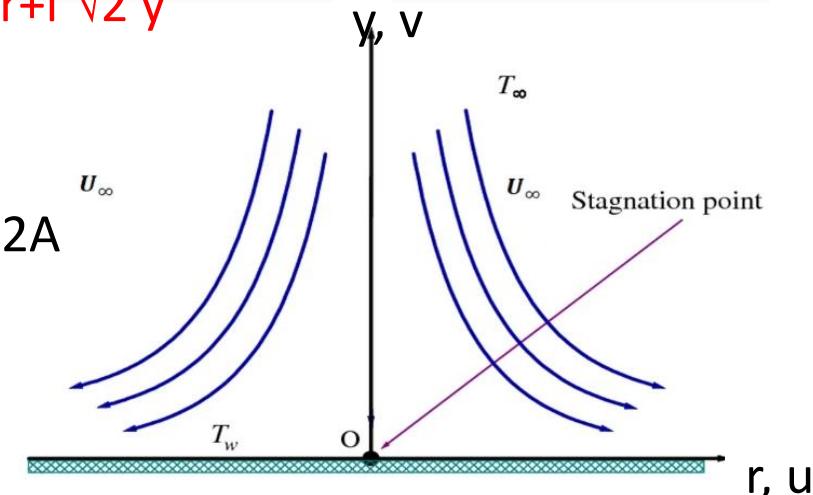
Dans le cas d'un écoulement cylindrique avec un point de stagnation

$W = A z^2$  représente bien l'écoulement, avec  $z = r + i\sqrt{2}y$

$$W = A z^2 \implies W = A [r^2 - 2y^2 + 2\sqrt{2}ir y]$$

$$1- \Phi = A(r^2 - 2y^2) \implies u = ar \text{ et } v = -2ay \text{ avec } a = 2A$$

$$2- \varphi = \sqrt{2}ar y$$



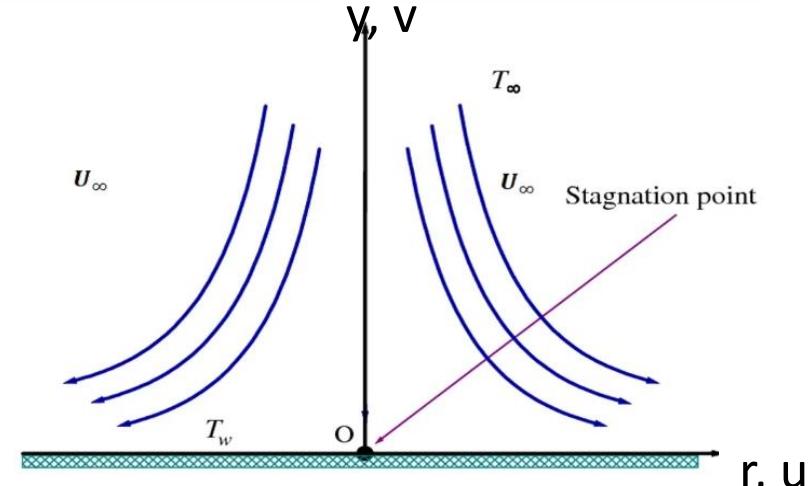
Les lignes de courants sont définies par  $\sqrt{2}ar y = \text{cst}$

# Cas simple: l'écoulement potentiel du jet cylindrique avec point de stagnation

Le champs des vitesses est donc  $u = ar$  et  $v = -2ay$

Est-ce que cet écoulement cylindrique est irrotationnel?

$$\nabla \wedge V(u, v) = 0 \implies \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} u \\ 0 \\ v \end{pmatrix} = 0 \text{ est vérifié}$$



Est-ce que cet écoulement cylindrique vérifie l'équation de continuité?

$$\frac{\partial r u}{\partial r} + r \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \text{ est vérifié}$$

Que donne l'application de NS?  $\rho \frac{DV}{Dt} = -\text{grad}(P)$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial r} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial r} \rightarrow \rho a^2 r = -\frac{\partial P}{\partial r} \rightarrow \frac{\rho}{2} a^2 r^2 + f(y) = -P$$

$$\text{Et } \rho u \frac{\partial v}{\partial r} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} \rightarrow 4\rho a^2 y = -\frac{\partial f(y)}{\partial y} \rightarrow f(y) = \frac{\rho}{2} 4a^2 y^2 + cst$$

$$\text{On retrouve la relation de Bernouilli: } P + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2) = cst$$

# Cas simple: l'écoulement potentiel du jet cylindrique avec point de stagnation

Pour résumer, la solution  $u = ar$  et  $v = -2ay$  avec  $a = \frac{\partial u}{\partial r}$

- Vérifie l'équation de continuité  $\frac{\partial ru}{\partial r} + r \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

- l'équation de Navier-Stokes (NS) devient (composante en  $r$ )

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial r} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \rho a^2 r$$

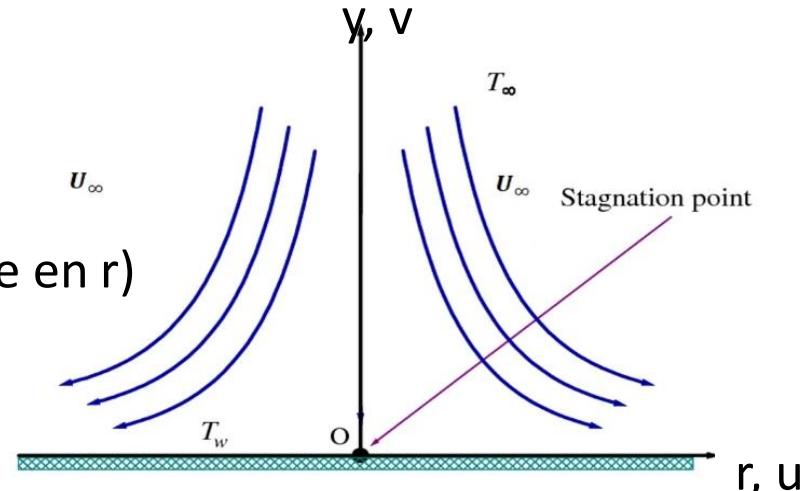
- l'équation de la température est

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \kappa \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{avec } \kappa \text{ la conductivité thermique})$$

*La solution est à rechercher en fonction des conditions du jet initial et à la paroi*

- la relation de Bernoulli est vrai partout

$$P + \rho(u^2 + v^2)/2 = P_0 \quad \text{partout, } P_0 \text{ au point de stagnation}$$



# Cas plus réaliste:

l'écoulement d'un jet cylindrique avec point de stagnation et prise en compte d'une couche limite de paroi

(H. Schlichting, 1979)

écoulement potentiel

stationnaire et incompressible

viscosité nulle

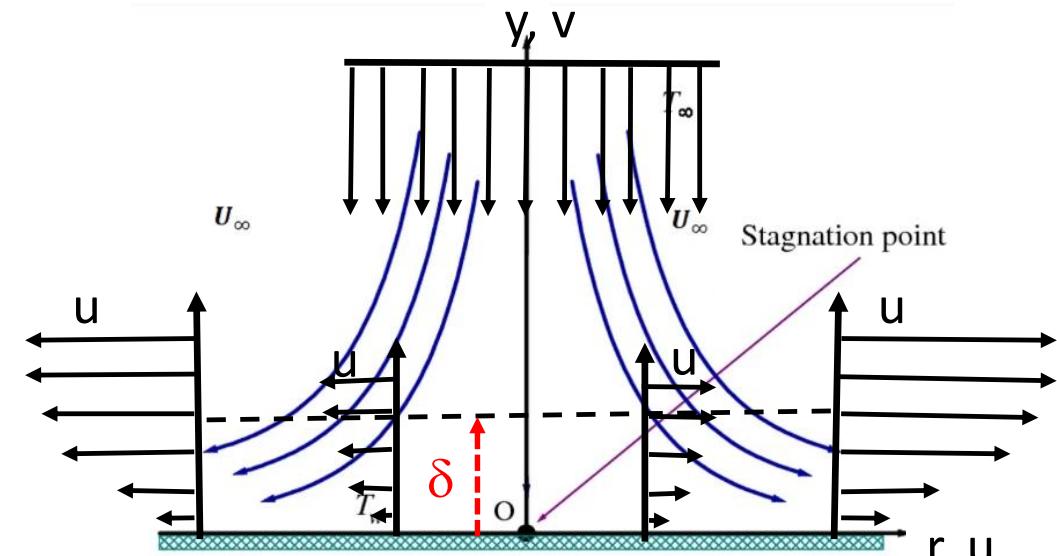
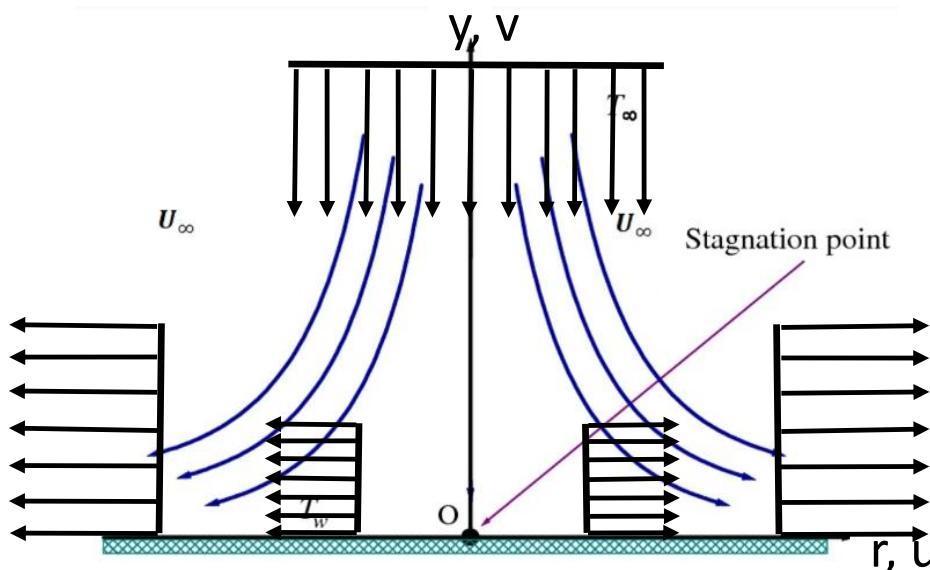
pas d'effet de la gravité

écoulement potentiel loin de la paroi

stationnaire et incompressible

viscosité non nulle près de la paroi

pas d'effet de la gravité



$\delta$  épaisseur de couche limite visqueuse

Cas d'un jet cylindrique impactant: variable  $y, r$  et vitesse  $V(v, u)$

# Cas plus réaliste:

l'écoulement d'un jet cylindrique avec point de stagnation et prise en compte d'une couche limite de paroi

écoulement potentiel loin de la paroi,

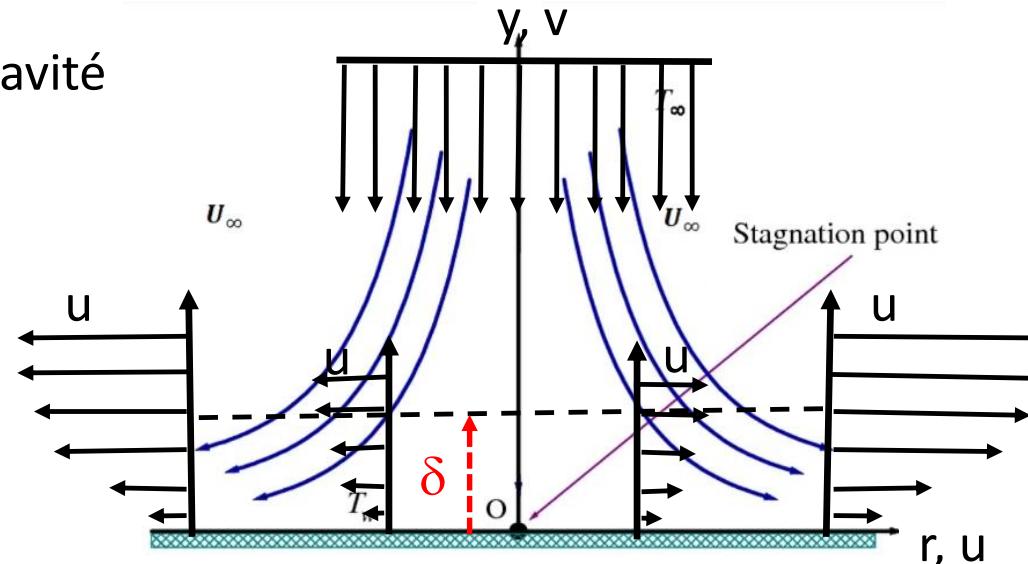
vitesse( $u_\Phi, v_\Phi$ )

stationnaire et incompressible

viscosité non nulle près de la paroi

vitesse( $u(r,y), v(r,y)$ )

pas d'effet de la gravité



$\delta$  épaisseur de couche limite visqueuse

# Cas plus réaliste:

l'écoulement d'un jet cylindrique avec point de stagnation et prise en compte d'une couche limite de paroi

Rappel:

- Ecoulement 3D
- variables  $r, y$ , coordonnées cylindriques
- vitesse dans la sous couche visqueuse  $\mathbf{V}(u, v)$

$-\mathbf{V}(u, v)$  doit vérifier l'équation de continuité

$$\frac{\partial r u}{\partial r} + r \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

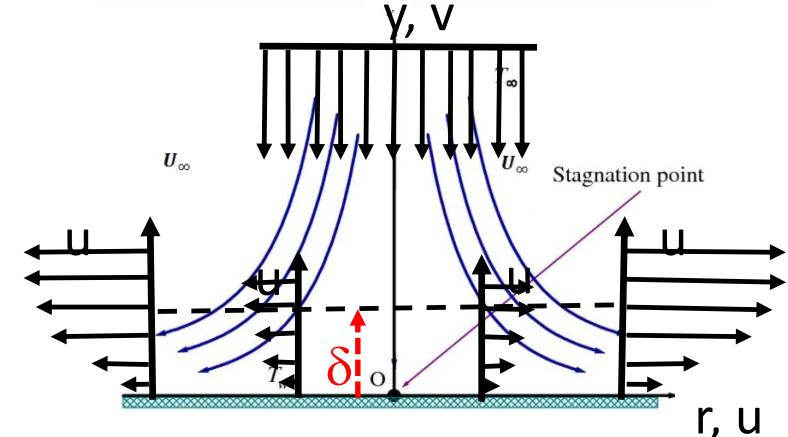
-  $\mathbf{V}(u, v)$  doit vérifier l'équation de Navier-Stokes (NS)

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial r} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial r} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

- Les conditions limites sont

en  $y=0$   $u=v=0$ ; en  $y=\infty$   $u=u_\Phi$  (valeur dans l'écoulement potentiel non visqueux)



# Cas plus réaliste:

l'écoulement d'un jet cylindrique avec point de stagnation et prise en compte d'une couche limite de paroi

Rappel sur l'écoulement potentiel loin de la paroi:

$$u_\Phi = ar \text{ et } v_\Phi = -2ay \text{ avec } a = \frac{\partial u_\Phi}{\partial r}$$

$$\begin{aligned} P_0 - P &= \rho(u_\Phi^2 + v_\Phi^2)/2 \\ &= \rho a^2(r^2 + 4y^2)/2 \end{aligned}$$

On suppose que dans la sous couche visqueuse, la vitesse et la pression ont des **solutions de la forme**

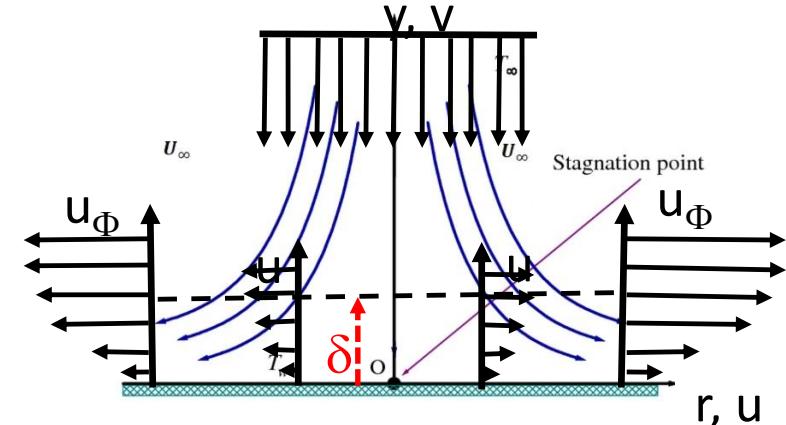
$$u = r f'(y) \text{ et } v = -2 f(y)$$

$$P_0 - P = \rho a^2(r^2 + 4F(y))/2$$

**Il faut donc déterminer les deux fonctions  $f(y)$  et  $F(y)$**   
à l'aide des équations disponibles

**V(u,v)** vérifie bien l'équation de continuité

$$\frac{\partial r u}{\partial r} + r \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$



# Cas plus réaliste: l'écoulement d'un jet cylindrique avec point de stagnation et prise en compte d'une couche limite de paroi

la vitesse et la pression ont des **solutions de la forme**

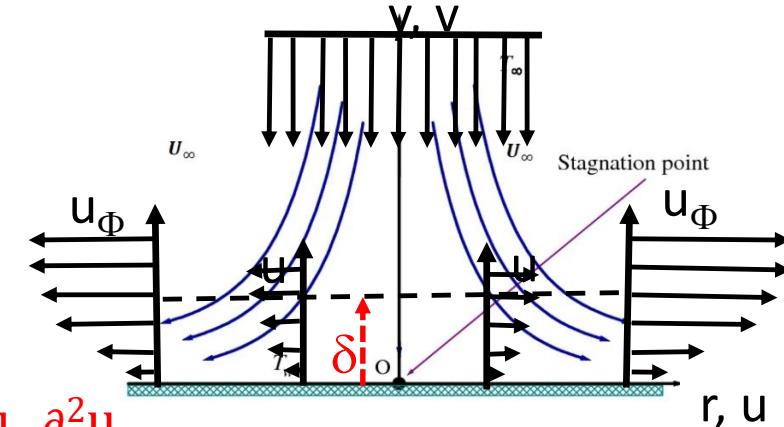
$$u = r f'(y) \text{ et } v = -2 f(y)$$

$$P_0 - P = \rho a^2 (r^2 + 4F(y))/2$$

$\mathbf{V}(u,v)$  doit vérifier l'équation de Navier-Stokes (NS)

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial r} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial r} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$



Après quelques calculs, cela conduit aux deux équations suivantes pour  $f(y)$  et  $F(y)$

$$f'^2 - 2f f'' = a^2 + v f''' \quad \text{avec } v = \mu/\rho \text{ la viscosité cinématique}$$

$$2f f' = a^2 F' - v f''$$

Les conditions limites sont

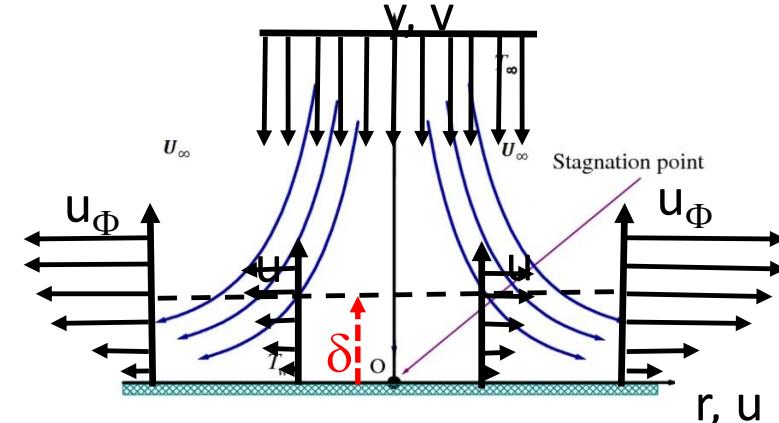
$$\text{en } y=0: f=f'=0 \text{ et } F=0; \text{ en } y=\infty : f'=a$$

# Cas plus réaliste: l'écoulement d'un jet cylindrique avec point de stagnation et prise en compte d'une couche limite de paroi

Si on regarde la première équation

$$f'^2 - 2ff'' = a^2 + \nu f'''$$

Elle doit être résolue numériquement avec  
en  $y=0$ :  $f=f'=0$  et  $F=0$ ; en  $y=\infty$  :  $f'=a$



Afin de résoudre une équation sans coefficients, on effectue le changement de variable

$$\zeta = \sqrt{\frac{a}{\nu}} y \text{ et } f(y) = \sqrt{a\nu} \Phi(\zeta)$$

Et l'équation précédente sur  $f$  s'écrit

$$\Phi'^2 - 2\Phi\Phi'' = 1 + \Phi'''$$

Qui se résout numériquement avec les conditions limites

$$\text{en } \zeta = 0: \Phi = \Phi' = 0; \text{ en } \zeta = \infty: \Phi' = 1$$

Le tableau suivant donne les valeurs de  $\Phi$ ,  $\Phi'$  et  $\Phi''$  en fonction de  $\zeta = \sqrt{\frac{a}{\nu}} y$

La figure suivante montre les variations de  $\Phi$ ,  $\Phi'$  et  $\Phi''$  en fonction de  $\zeta = \sqrt{\frac{a}{\nu}} y$

# Cas plus réaliste: l'écoulement d'un jet cylindrique avec point de stagnation et prise en compte d'une couche limite de paroi

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de

$$\Phi, \Phi' \text{ et } \Phi'' \text{ en fonction de } \zeta = \sqrt{\frac{a}{v}} y$$

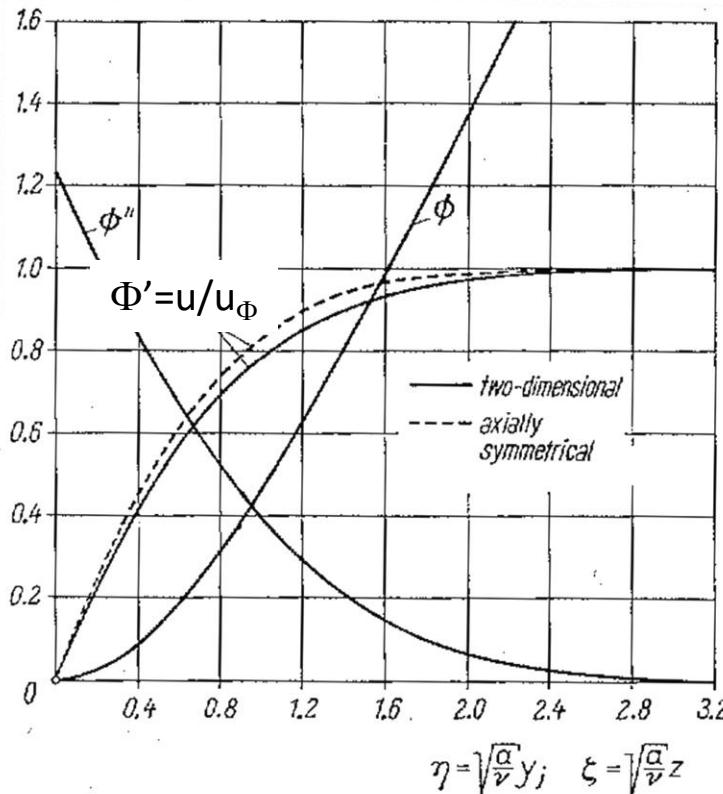
axially symmetrical

$\sqrt{\frac{2a}{v}} \cdot \zeta = \sqrt{\frac{2a}{v}} z$	$\phi$	$\frac{d\phi}{d\zeta} = \frac{u}{U}$	$\frac{d^2\phi}{d\zeta^2}$
0	0	0	1.3120
0.2	0.0127	0.1755	1.1705
0.4	0.0487	0.3311	1.0298
0.6	0.1054	0.4669	0.8910
0.8	0.1799	0.5833	0.7563
1.0	0.2695	0.6811	0.6283
1.2	0.3717	0.7614	0.5097
1.4	0.4841	0.8258	0.4031
1.6	0.6046	0.8761	0.3100
1.8	0.7313	0.9142	0.2315
2.0	0.8627	0.9422	0.1676
2.2	0.9974	0.9622	0.1175
2.4	1.1346	0.9760	0.0798
2.6	1.2733	0.9853	0.0523
2.8	1.4131	0.9912	0.0331
3.0	1.5536	0.9949	0.0202
3.2	1.6944	0.9972	0.0120
3.4	1.8356	0.9985	0.0068
3.6	1.9769	0.9992	0.0037
3.8	2.1182	0.9996	0.0020
4.0	2.2596	0.9998	0.0010
4.2	2.4010	0.9999	0.0006
4.4	2.5423	0.9999	0.0003
4.6	2.6837	1.0000	0.0001

La figure ci-dessous montre les variations de

$$\Phi, \Phi' \text{ et } \Phi'' \text{ en fonction de } \zeta = \sqrt{\frac{a}{v}} y$$

Velocity distribution of  
tionally symmetrical  
ation point



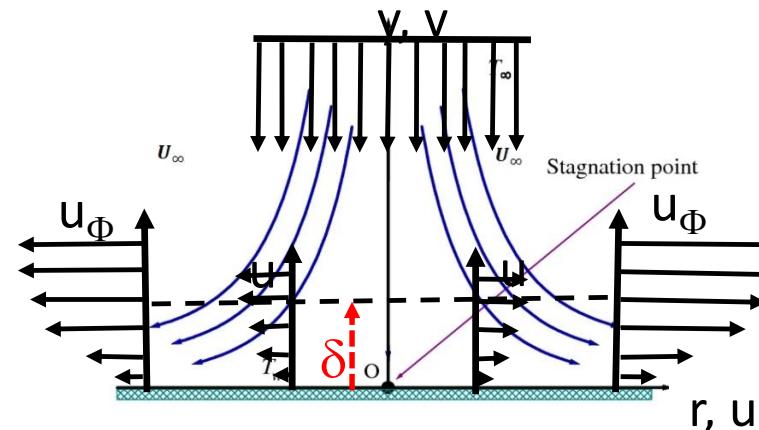
Sur cette figure, on voit aussi le cas jet plan 2D  
(H. Schlichting, 1979)

# Cas plus réaliste: l'écoulement d'un jet cylindrique avec point de stagnation et prise en compte d'une couche limite de paroi

Quelques exemples numériques, à l'aide du tableau et de la figure précédents

Rq: il est facile de montrer que  $\Phi' = u/u_\Phi$  (avec  $u_\Phi$  la vitesse loin de la paroi)

axially symmetrical			
$\sqrt{2} \cdot \zeta = \sqrt{\frac{2a}{v}} z$	$\phi$	$\frac{d\phi}{d\zeta} = \frac{u}{U}$	$\frac{d^2\phi}{d\zeta^2}$
0	0	0	1.3120
0.2	0.0127	0.1755	1.1705
0.4	0.0487	0.3311	1.0298
0.6	0.1054	0.4669	0.8910
0.8	0.1799	0.5833	0.7563
1.0	0.2695	0.6811	0.6283
1.2	0.3717	0.7614	0.5097
1.4	0.4841	0.8258	0.4031
1.6	0.6046	0.8761	0.3100
1.8	0.7313	0.9142	0.2315
2.0	0.8627	0.9422	0.1676
2.2	0.9974	0.9622	0.1175
2.4	1.1346	0.9760	0.0798
2.6	1.2733	0.9853	0.0523
2.8	1.4131	0.9912	0.0331
3.0	1.5536	0.9949	0.0202
<hr/>			
3.2	1.6944	0.9972	0.0120
3.4	1.8356	0.9985	0.0068
3.6	1.9769	0.9992	0.0037
3.8	2.1182	0.9996	0.0020
4.0	2.2596	0.9998	0.0010
4.2	2.4010	0.9999	0.0006
4.4	2.5423	0.9999	0.0003
4.6	2.6837	1.0000	0.0001



Si on définit  $\delta$  à 1% de la valeur maximum  $u_\Phi$  (voir figure précédente)

Alors on trouve  $\zeta = 1.98$ , ce qui donne  $\delta = 1.98 \sqrt{\frac{v}{a}}$

$\implies \delta$  ne dépend pas de  $r$

A.N.-1: faible viscosité, écoulement air froid

Prendre  $a = V_0/D$

A.N.-2: forte viscosité, écoulement air chaud

# Cas plus réaliste: Calcul de la température

Rappel:

- Ecoulement 3D
- variables  $r, y$ , coordonnées cylindriques
- vitesse dans la sous couche visqueuse  $\mathbf{V}(u, v)$   
 $\Rightarrow u(r)$  et  $v(y)$  sont donnés par la solution précédente  
 $u = r f'(y)$  et  $v = -2 f(y)$

$$f(y) = \sqrt{\frac{a}{\nu}} \Phi(\eta) \text{ avec } \eta = \sqrt{\frac{a}{\nu}} y$$

-La température doit vérifier l'équation

$$\rho c_p (u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial y}) = \kappa \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \Phi_{diss}$$

$\Phi_{diss}$  Est le terme de dissipation visqueuse (près de la paroi)  
 $K$  la conductivité thermique

-Hypothèse de calcul

écoulement à faible vitesse:  $\Phi = 0$

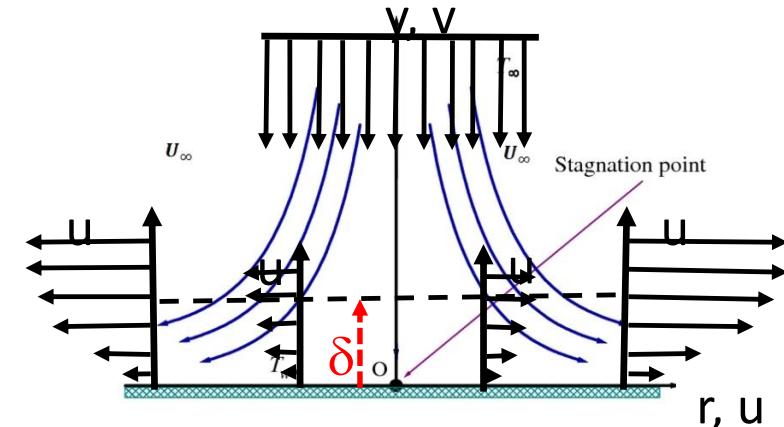
$T_\infty$  et  $T_w$  (à la paroi) sont constants

$\Rightarrow$  on suppose que  $T = T(y)$

$k$  est constant

- Les conditions limites sont

en  $y=0$   $T=T_w$ ; en  $y=\infty$   $T=T_\infty$  (valeur dans l'écoulement potentiel non visqueux)



# Cas plus réaliste: Calcul de la température

-Avec les hypothèses précédentes :

**La température** doit vérifier l'équation

$$\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \kappa \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

Afin de reprendre le formalisme développé pour la vitesse,

- on utilise une variable de température sans dimension

$$\Theta = \frac{T - T_w}{T_w - T_\infty}$$

- on effectue le changement de variable

$$\eta = \sqrt{\frac{a}{v}} y$$

- on suppose que

$$\Theta = \frac{T - T_w}{T_w - T_\infty} = g(\eta)$$

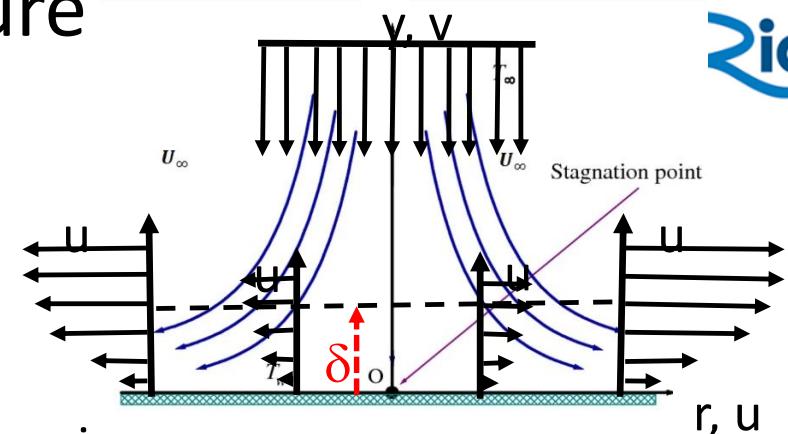
-L'équation de la température devient

$$g'' + 2 Pr \Phi g' = 0,$$

avec  $\Phi(\eta)$  la fonction déterminée pour calculer la vitesse et  $Pr = \mu c_p / k$  le nombre de Prandlt

- Les conditions limites sont

en  $\eta=0$   $g=0$ ; en  $\eta=\infty$   $g=1$



# Cas plus réaliste: Calcul de la température

- Il faut donc l'équation de la température

$$g'' + 2 Pr \Phi g' = 0,$$

avec  $\Phi(\eta)$  et  $Pr = \mu c_p / k$  le nombre de Prandlt

- Avec les conditions limites sont

en  $\eta=0$   $g=0$ ; en  $\eta=\infty$   $g=1$

- l'intégration de cette équation donne

$$g(\eta) = C(Pr) \int_0^\eta \left[ \exp\left(-2Pr \int_0^\tau \Phi(\tau) d\tau\right) d\eta \right]$$

- L'application de la condition limite,  $\eta=\infty$   $g=1$ , donne

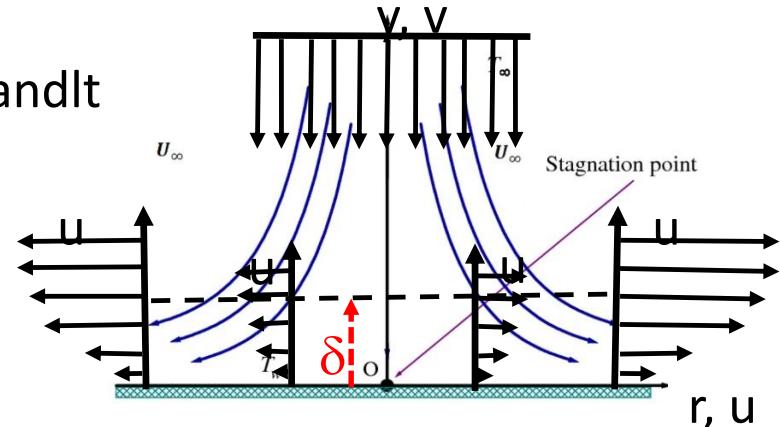
$$C = \frac{1}{\int_0^\infty \left[ \exp\left(-2Pr \int_0^\eta \Phi(\tau) d\tau\right) d\eta \right]}$$

la valeur est donnée par intégration numérique  
avec la fonction  $\Phi(\eta)$  connue et donnée précédemment

- Une bonne approximation de  $C(Pr)$  est donnée par

$$C = 0.763 Pr^{0.4}$$

avec une erreur < 1% dans le domaine  $0.6 < Pr < 2$



# Cas plus réaliste: Calcul de la température

-- Connaissant la température près de la paroi, on peut déterminer le flux à la paroi

$$q_w (\text{W/m}^2) = - k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

-- Ce flux convecté s'écrit

$$q_w = h(T_w - T_\infty) \text{ avec } h \text{ coefficient de convection}$$

-- On fait souvent usage du nombre de Nusselt Nu

$$Nu = \frac{h L}{k} \quad L \text{ étant une distance caractéristique,}$$

Dans notre cas, on prendra D le diamètre initial du jet

Rq: si on connaît la valeur du Nu, on peut déterminer h

- Les deux relations précédentes

$$g(\eta) = C(P_r) \int_0^\eta [\exp(-2P_r \int_0^\tau \Phi(\tau) d\tau) d\eta]$$

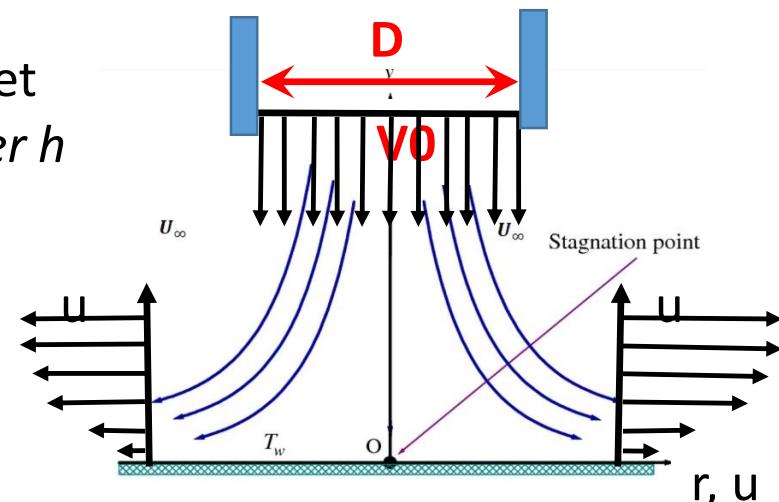
$$C(P_r) = 0.763 P_r^{0.4}$$

permettent de trouver

$$Nu = 0.763 P_r^{0.4} D \sqrt{a/v} \text{ avec } a = V_0/D$$

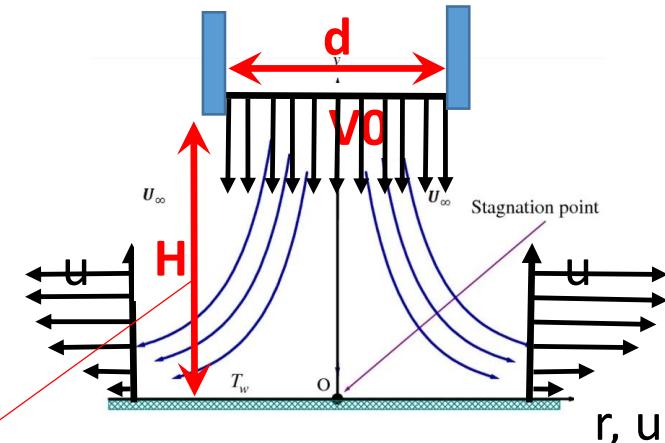
- Expression du Nu en fonction du  $Pr = \mu c_p / k$  et du  $Re = V_0 D / v$

$$Nu = 0.763 Pr^{0.4} \sqrt{Re}$$



# Ecoulements réels avec un point de stagnation

- L'approche précédente est simple.
- Elle permet de comprendre les propriétés générales des jets impatants
  - propriétés autour du point de stagnation
  - propriétés proches de la paroi (sous couche visqueuse)
- elle repose sur plusieurs hypothèses
  - l'écoulement est laminaire
  - Les propriétés physiques sont constantes
  - L'écoulement dépend de  $d$  mais pas de la distance  $H$  (entre la sortie du jet et la paroi)



- Il existe de nombreux travaux qui ont permis de s'affranchir de ces contraintes
  - En général, ces études ont fourni des corrélations semi-empiriques permettant essentiellement de **calculer le flux convecté à la paroi**
  - Elles sont données sous la forme d'un Nusselt

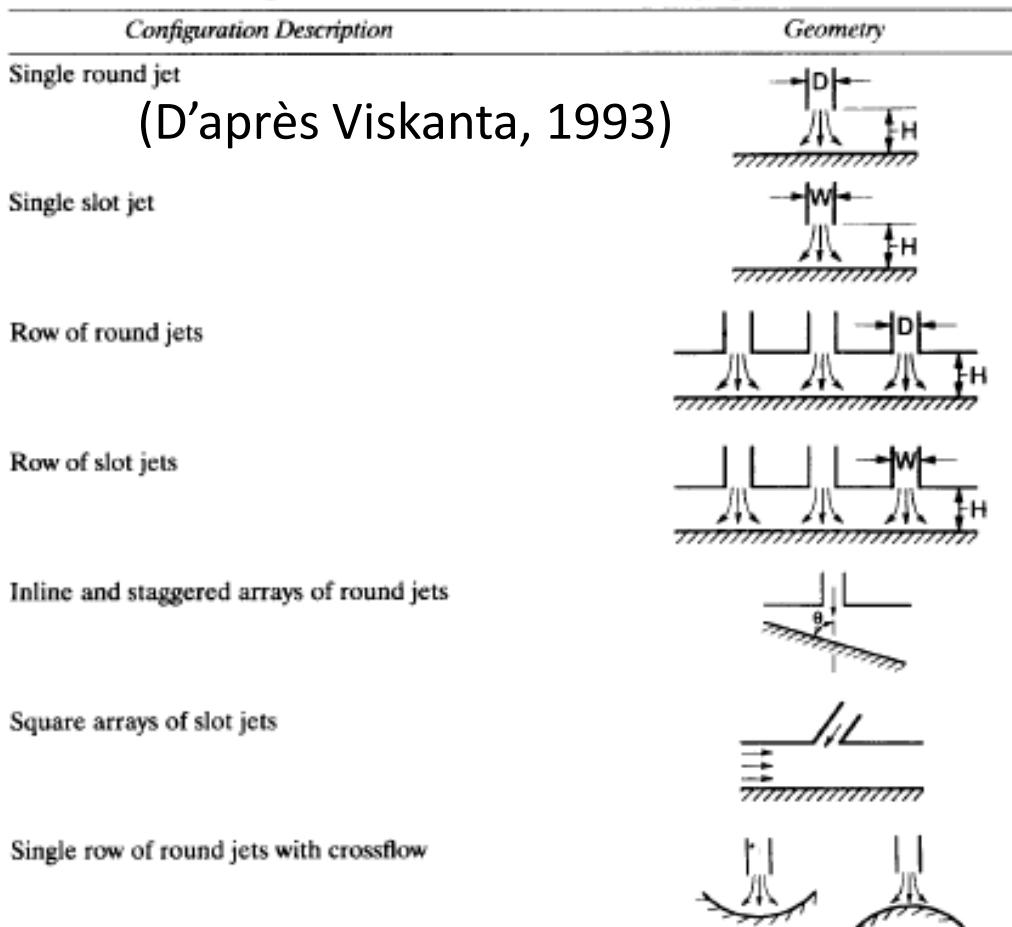
$$N_u = \frac{h L}{k} \text{ fonction de } H, d, \text{Pr}, \text{Re}, \dots$$

Ce qui permet de calculer le coefficient de convection  $h$  et donc le flux à la paroi est  $q_w = h(T_w - T_\infty)$

- Ces corrélations sont exprimées en fonction du niveau de turbulence, déterminé par le nombre de Reynolds  $\text{Re} = V_o d / v$

# Ecoulements réels avec un point de stagnation

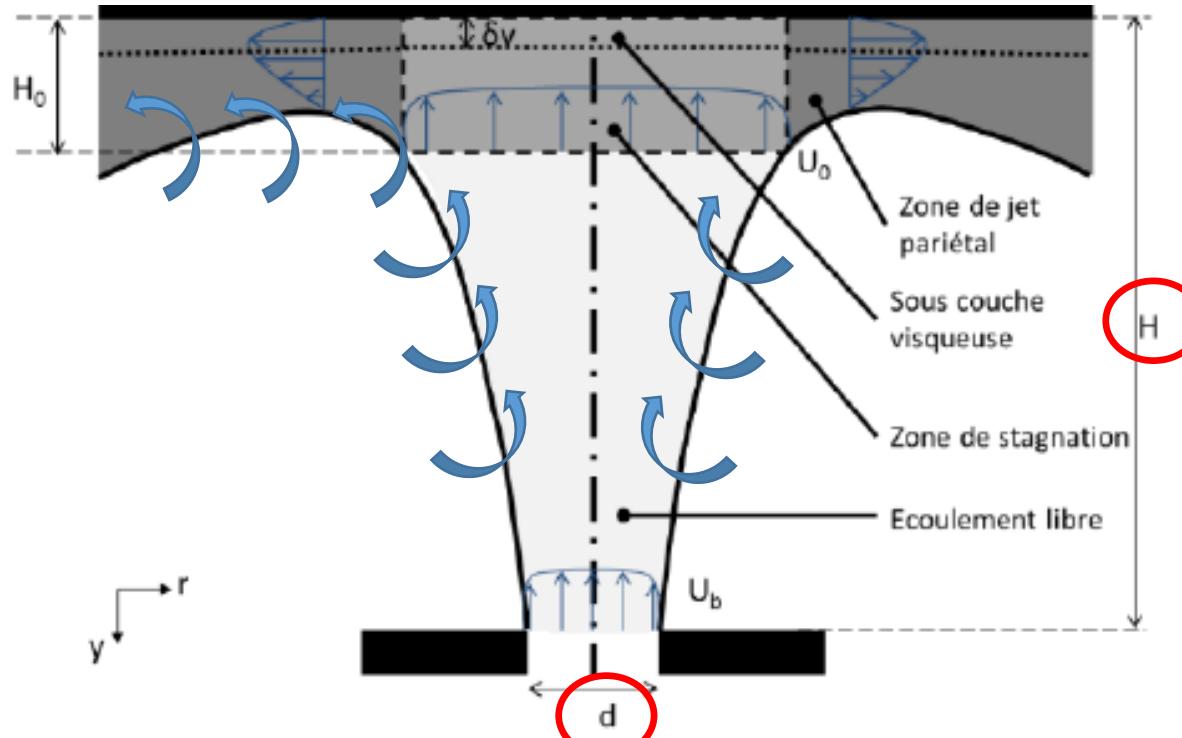
- On trouve des corrélations pour
  - des jets partiellement ou pleinement turbulents
  - avec des propriétés physiques variables
  - pour des distances  $H/d$  réduites
  - pour des géométries variées
  - pour des configurations multi-jets



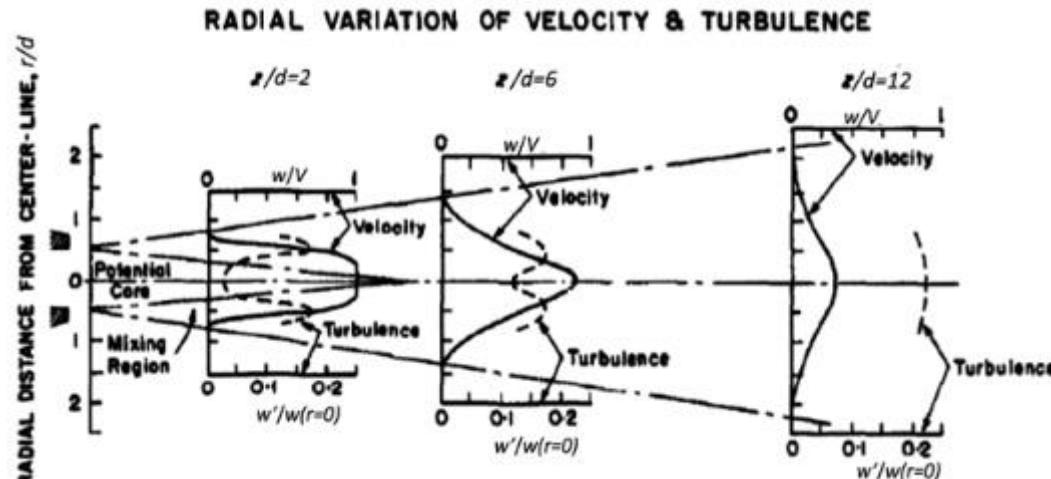
- La simulation numérique de l'écoulement est aussi envisageable

# Ecoulements réels avec un point de stagnation

## Structure aérodynamique d'un jet impactant turbulent



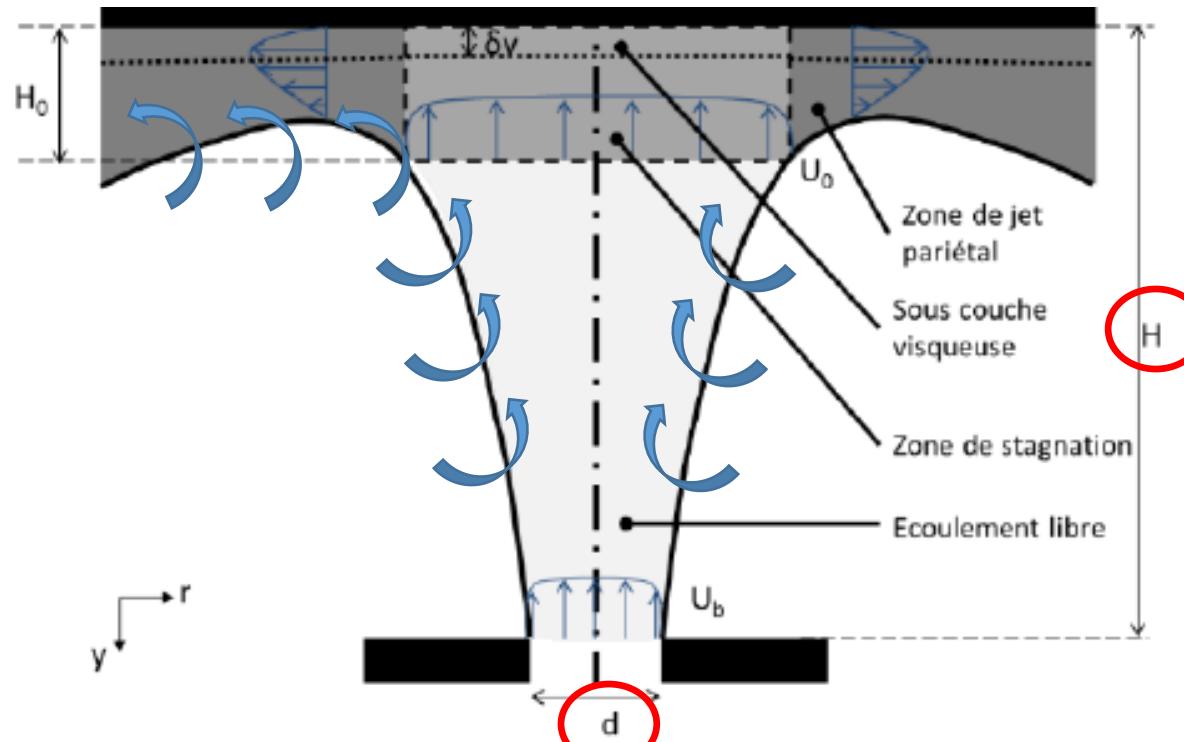
- Si l'écoulement est turbulent, il va y avoir mélange avec l'environnement, ce qui influence l'écoulement en proche paroi



Distribution des vitesses et de la turbulence dans un jet libre axysymétrique  
(D'après Corsin 1943)  
La position de la plaque par rapport à l'injection ( $H/D$ ) est importante

# Ecoulements réels avec un point de stagnation

## Structure aérodynamique d'un jet impactant turbulent



➤ Les valeurs seuils du nombre de Reynolds  $Re = Vo \cdot d / v$  (Viskanta, 1993)

1. The dissipated laminar jet,  $Re < 300$
2. A fully laminar jet,  $300 < Re < 1000$
3. A transition or semiturbulent jet,  $1000 < Re < 3000$
4. A fully turbulent jet,  $Re > 3000$

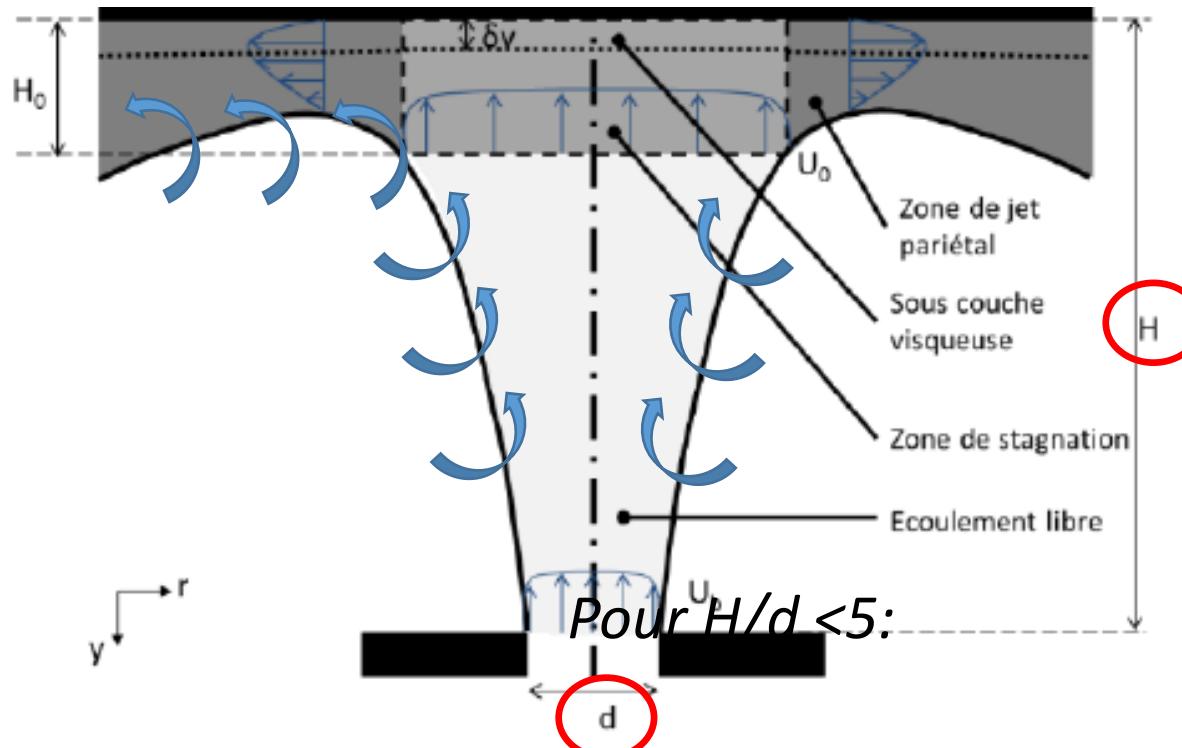
➤ Si l'écoulement initial et la paroi ne sont pas à la même température

==> Propriétés physiques variables ( $\rho, v, \dots$ )

➤ Si l'écoulement initial est réactif (flamme), possibilité de réactions chimiques à la paroi.

# Ecoulements réels avec un point de stagnation

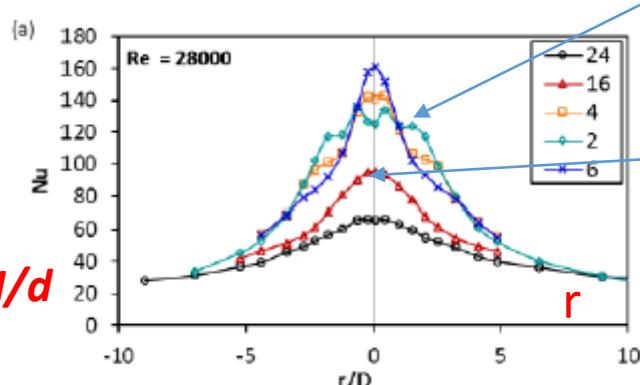
## Structure aérodynamique d'un jet impactant turbulent



- Les études montrent que le flux convecté à la paroi peut ne pas être uniforme dans la zone de stagnation

(D'après Hoogedorn, 1977; Gardon 1965)

**Nombre de Nusselt  
pour différentes valeurs de  $H/d$**

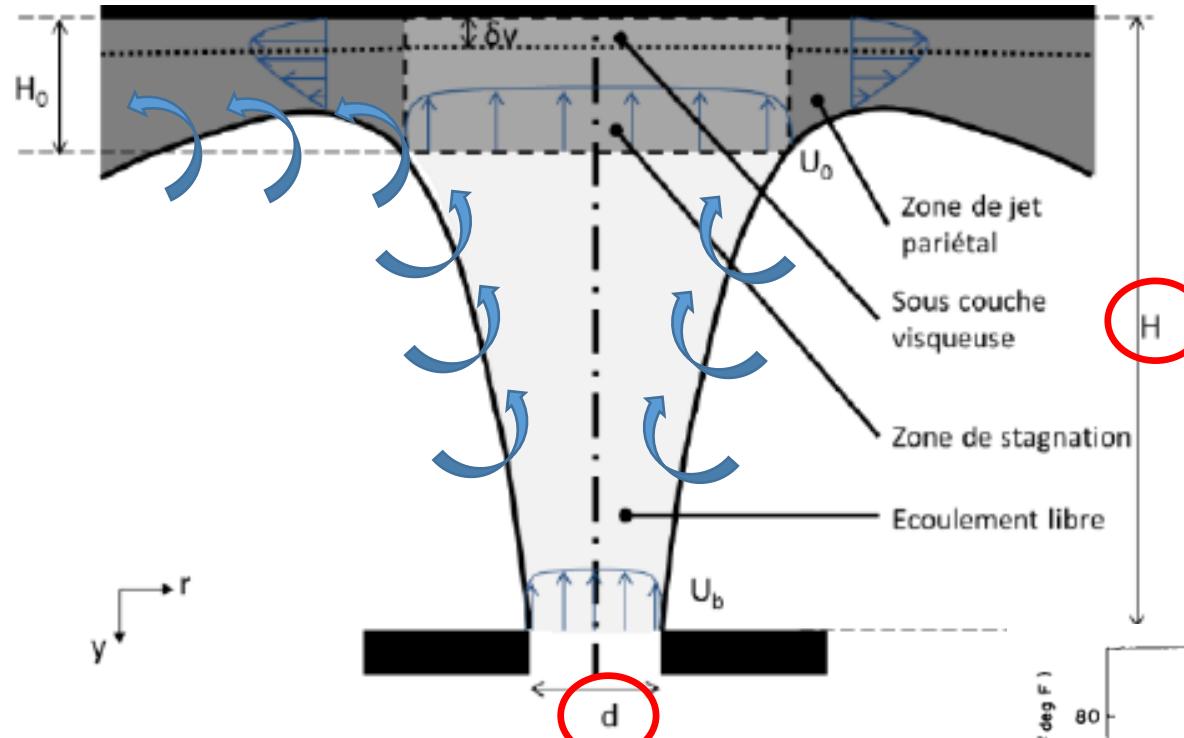


*Pour  $H/d < 5$ :*  
*Le maximum du flux n'est plus au point de stagnation*

*Pour  $H/d > 5$ :*  
*Le maximum du flux est au point de stagnation et décroît radialement*

# Ecoulements réels avec un point de stagnation

## Structure aérodynamique d'un jet impactant turbulent



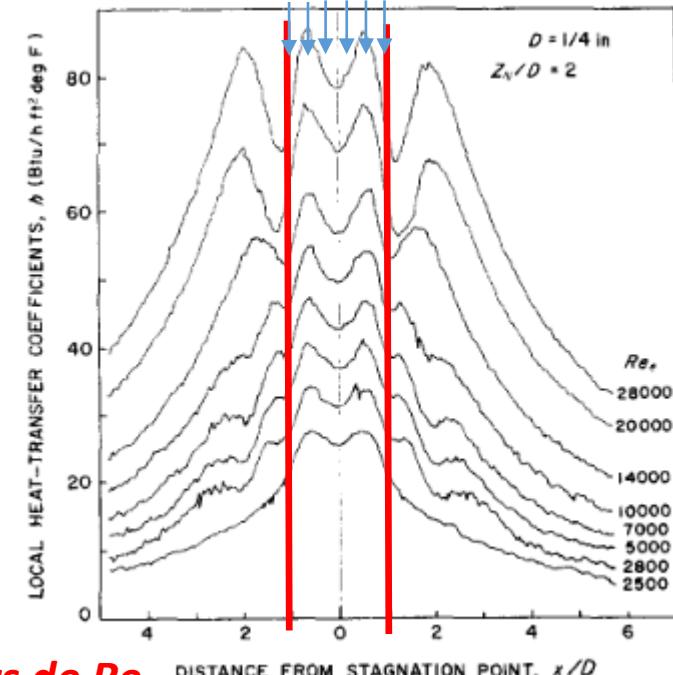
- Ces études montrent que le flux convecté à la paroi peut ne pas être uniforme dans la zone de stagnation (D'après Hoogedorn, 1977; Gardon 1965)

Pour  $H/d < 5$ :

*Le flux augmente avec la turbulence*

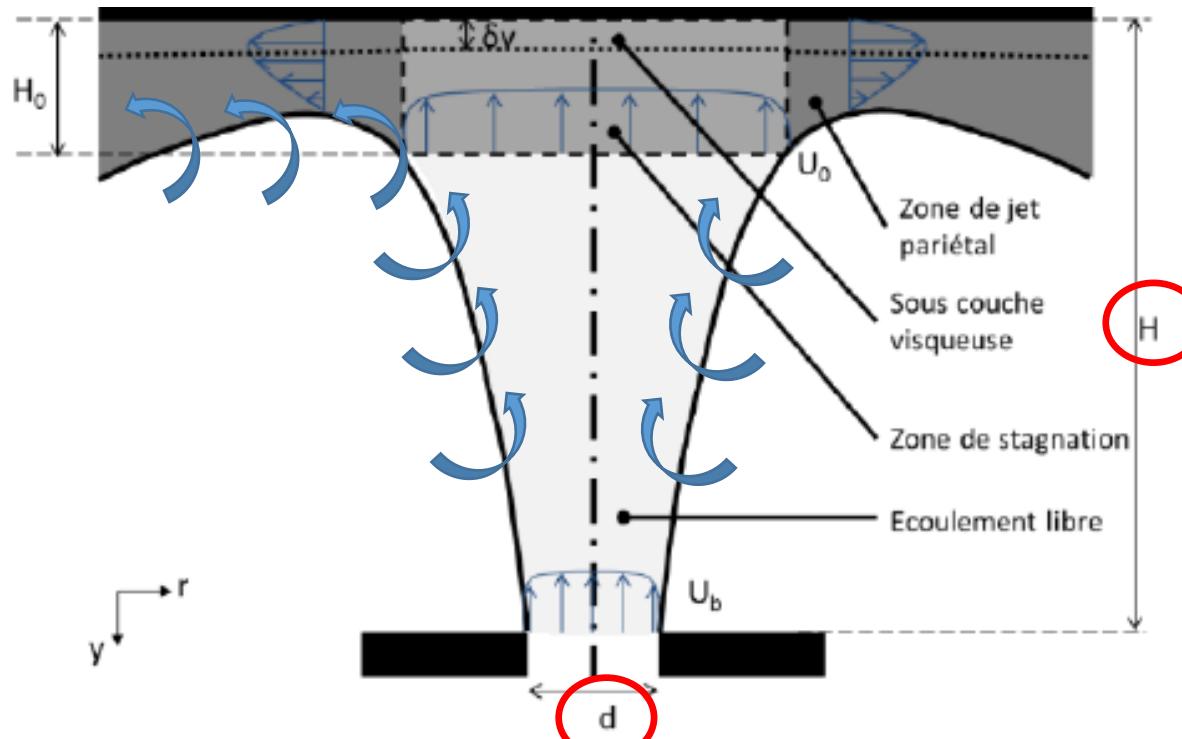
*Ces maximums, hors axe, sont attribués à la formation de vortex dans la zone de stagnation ainsi qu'à une transition vers un jet pariétal turbulent.*

**Nombre de Nusselt pour différentes valeurs de  $Re$**

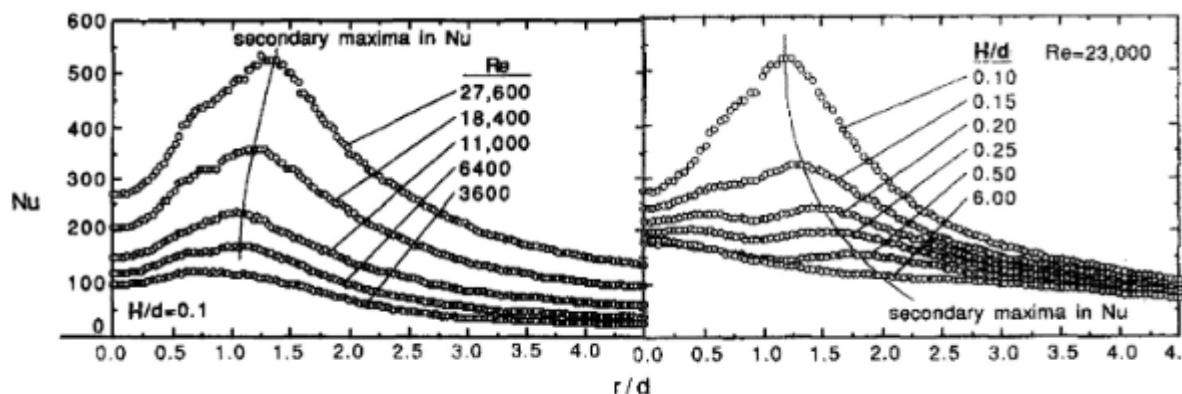


# Ecoulements réels avec un point de stagnation

## Structure aérodynamique d'un jet impactant turbulent



- La position radiale des pics secondaires dépend du Re et de H/D



(D'après G.M. Carlomagno, 2014)

Fig. 16. Outward displacement of the  $Nu$  secondary maximum with increasing  $Re$  and  $H/d$  (adapted from [66]).

# Ecoulements réels avec un point de stagnation

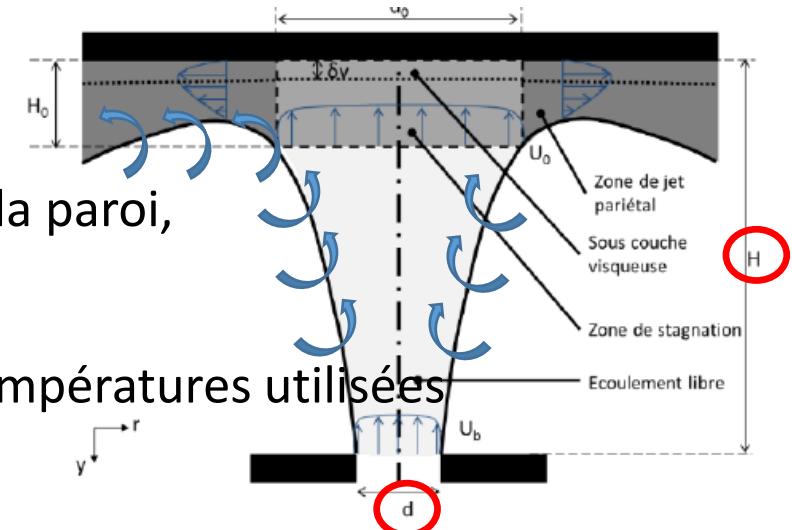
## ➤ Remarque importante avant d'utiliser une corrélation,

il faut bien regarder comment sont définis les paramètres

-en particulier, si il s'agit d'une moyenne sur une zone de la paroi,  
ou bien de la valeur au point de stagnation,

-il faut bien vérifier 'ou' et 'comment' sont définies les températures utilisées  
dans le nombre de Nusselt Nu,

- Comment est donnée la vitesse initiale (profil? vitesse débitante?),
- Comment sont définis les nombres adimensionnels (Pr, Re,...)



## ➤ Autre remarque importante: Les corrélations présentées concernent les jets cylindriques.

====> Il existe aussi des corrélations disponibles pour les jets plans (injection avec une fente)

## ➤ Rappel: cas laminaire pour des jets cylindriques sur une plaque

$$Nu = 0.763 \text{ Pr}^{0.4} \sqrt{\text{Re}}, \text{ Re} < 1000 \text{ (approche de Silbukin, 1972)}$$

- indépendant de H/d, constant sur la zone de stagnation

====> Beaucoup de correlations pour les cas semi – turbulent ou turbulent  
s'inspirent de cette relation ou  $Nu \approx \text{Pr}^\alpha \text{Re}^\beta$

# Ecoulements réels avec un point de stagnation

## Quelques corrélations

### pour des jets cylindriques sur une plaque

- Dans le cas semi turbulent ( $1000 < Re < 3000$ ):

Variation au point de stagnation

(D'après Hoogedorn, 1977, jet d'air ambiant sur une plaque chauffée)

$$Nu_0 = 0.67D \left( \frac{C}{v} \right)^{1/2}, \quad C = \left( 1.04 - 0.034 \frac{z}{D} \right) \frac{v_0}{D}.$$

Pour  $2 < z/d$  ou  $y/d < 5$ , on est dans une zone où le cœur du jet et le mélange turbulent ont une influence simultanée importante

- Dans le cas turbulent ( $3000 < Re$ ) (D'après Hoogedorn, 1977)

$$Nu_0 = 0.65 Re^{1/2} + 2.03 \left( \frac{Tu Re}{100} \right) - 2.46 \left( \frac{Tu Re^{3/4}}{100} \right)^2 \quad \text{Avec } Tu \text{ l'intensité de turbulence}$$

Valable pour:

- pour un jet d'air ( $Pr=0.7$ )
- $2 \cdot 10^4 < Re < 9 \cdot 10^4$
- $9\% < Tu < 20\%$
- $-1 < H/d < 10$

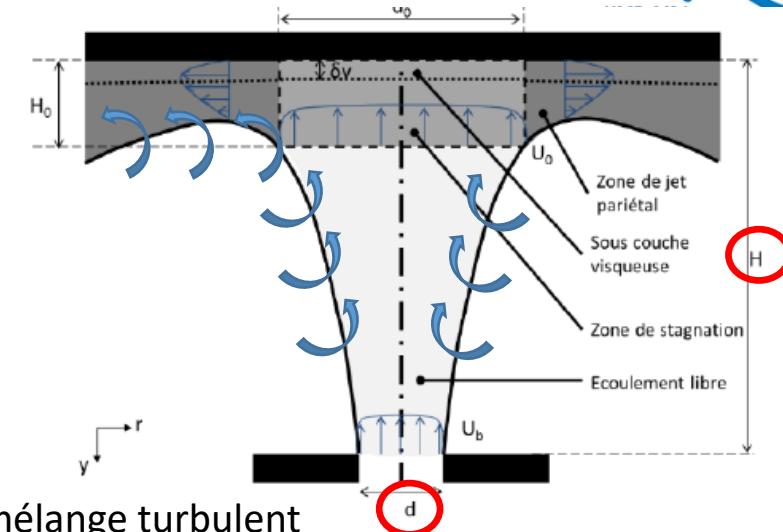
- Dans le cas turbulent ( $3000 < Re$ )

(D'après Hoogedorn, 1980, jet très chaud sur une plaque refroidie)

$$Nu = \left( 137 - 1.8 \frac{x}{D} \right) 10^{-3} Re^{0.75} Pr^{0.4} \quad \text{Pour } 10 < x/d$$

Rq:  $x$  représente la coordonnée  $y$  sur le schéma ci-dessus

$$Nu = \left( 0.65 + 0.084 \frac{x}{D} \right) Re^{0.5} Pr^{0.4} \quad \text{Pour } 2 < x/d < 5$$



# Ecoulements réels avec un point de stagnation

## Quelques corrélations pour des jets cylindriques sur une plaque

- Dans le cas turbulent ( $2000 < Re$ )

(D'après Bergman et Lavine, 2017)

$$\overline{Nu} = f(Re, Pr, A_r, H/D_h) \quad (A_r = D^2/4r^2)$$

$$\overline{Nu} \equiv \frac{\bar{h}D_h}{k}$$

$$Re = \frac{V_e D_h}{\nu}$$

$$\frac{\overline{Nu}}{Pr^{0.42}} = G \left( A_r, \frac{H}{D} \right) [2 Re^{1/2} (1 + 0.005 Re^{0.55})^{1/2}]$$

$$2000 \lesssim Re \lesssim 400,000$$

$$2 \lesssim H/D \lesssim 12$$

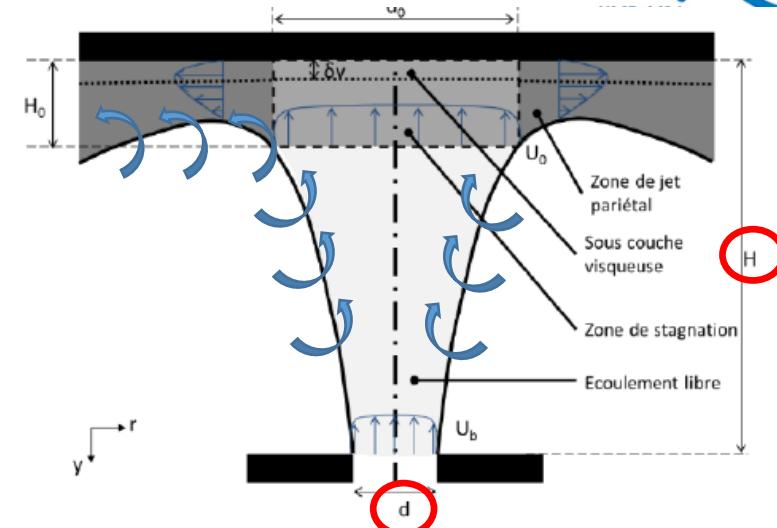
$$0.004 \lesssim A_r \lesssim 0.04$$

- Remarque:

Le profil de  $Nu$  en fonction du nombre de Reynold et du rapport  $H/d$  permet d'optimiser le positionnement de la plaque par rapport à la sortie du jet.

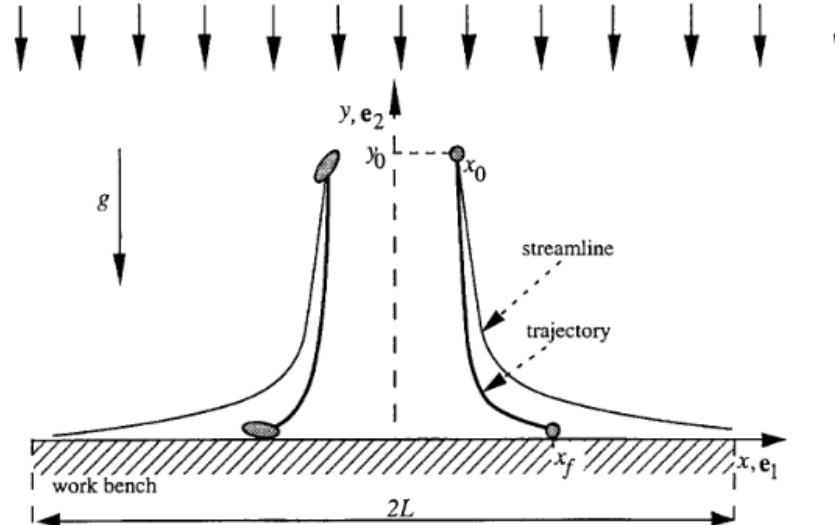
Si on veut un profil de flux thermique à la paroi le plus homogène possible, deux stratégies possibles:

- positionner l'échantillon loin de la sortie en maintenant un nombre de Reynold élevé, ce qui garantit aussi un flux thermique important.
- La seconde option consiste à maintenir un  $Re$  faible (1500) et un ratio  $H/d$  faible (0.5). Dans ce cas, il est préférable d'avoir un diamètre de surface exposée à peu près égale au diamètre initial du jet.



# Physique des aérosols: transformation et phénomènes de transport

Particules dans un écoulement avec stagnation



Le nombre de Stokes est défini comme

$$St = \tau_p / \tau_{inertie}$$

avec  $\tau_p$  le temps de relaxation lié aux frottements et à la viscosité

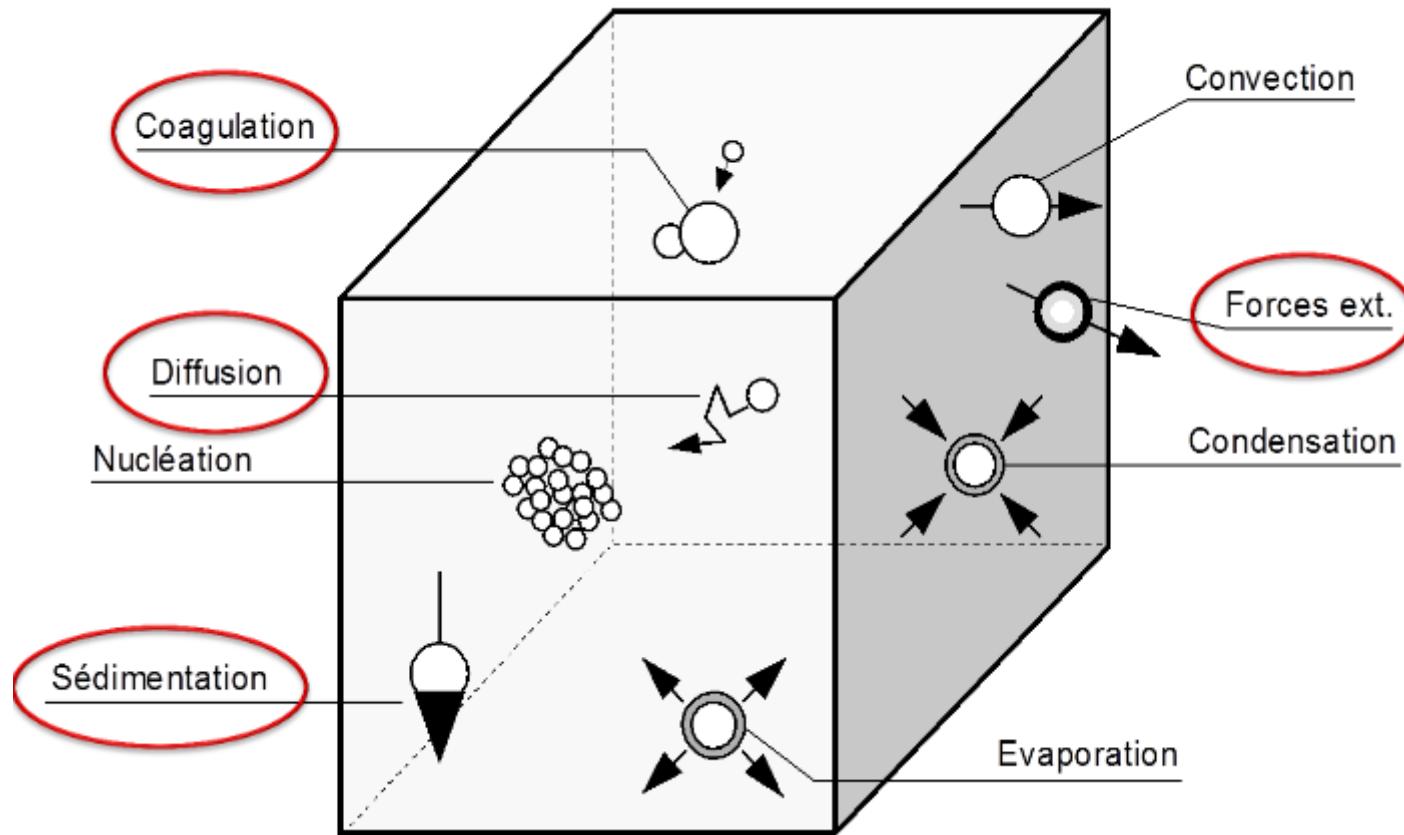
dans le régime laminaire  $\tau_p \approx \frac{D^2}{18\nu}$ , (*loi de Stokes, vue un peu plus loin*)

et  $\tau_{inertie}$  est la durée caractéristique de l'inertie,

$$\tau_{inertie} \approx D/U_f \quad (U_f, \text{vitesse du fluide})$$

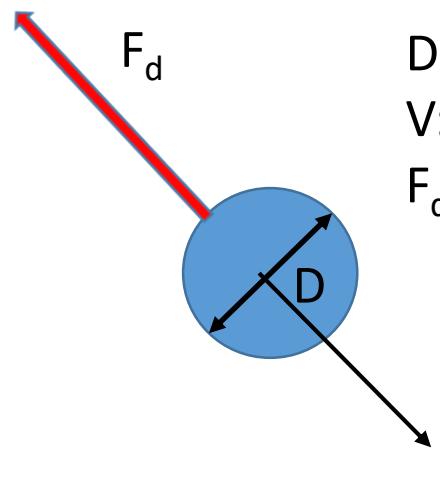
- $St \ll 1$  : Régime visqueux, les particules solides suivent l'écoulement;
- $St \gg 1$  : Régime inertiel, les particules sont entraînées par leur inertie et leur trajectoire n'est que peu influencée par le mouvement du fluide environnant.

# Physique des aérosols: transformations et phénomènes de transport



# Physique des aérosols:

## Le coefficient de traînée d'une particule



D: diamètre de la particule (sphérique)

V: la vitesse *par rapport au fluide*

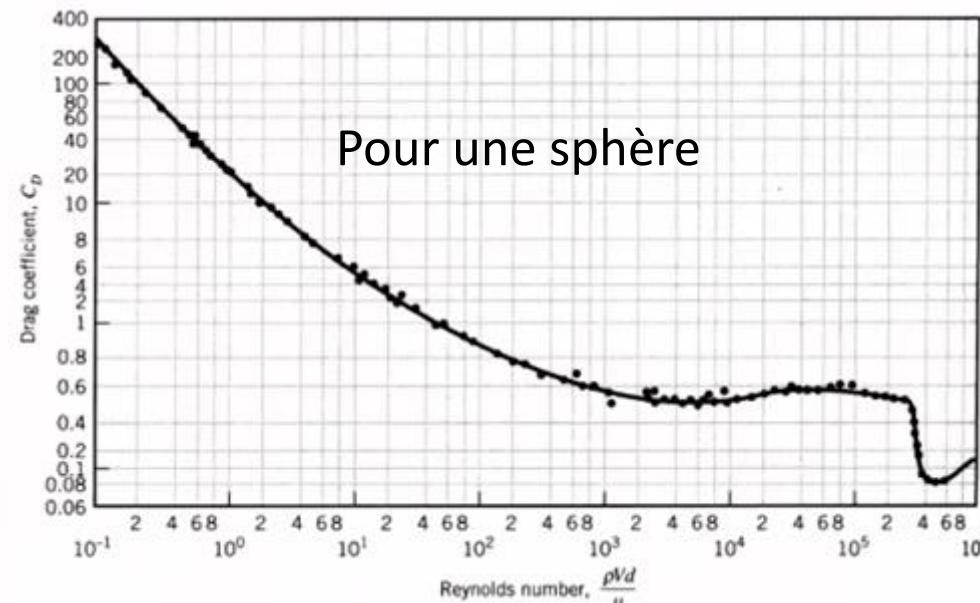
$F_d$ : la force de traînée (drag) due à la viscosité  $\nu$  du fluide

$$F_d = \frac{1}{2} \rho V^2 C_d A$$

$A = \pi D^2 / 4$ , section droite de la particule

$C_d$ : Coefficient de traînée (drag)

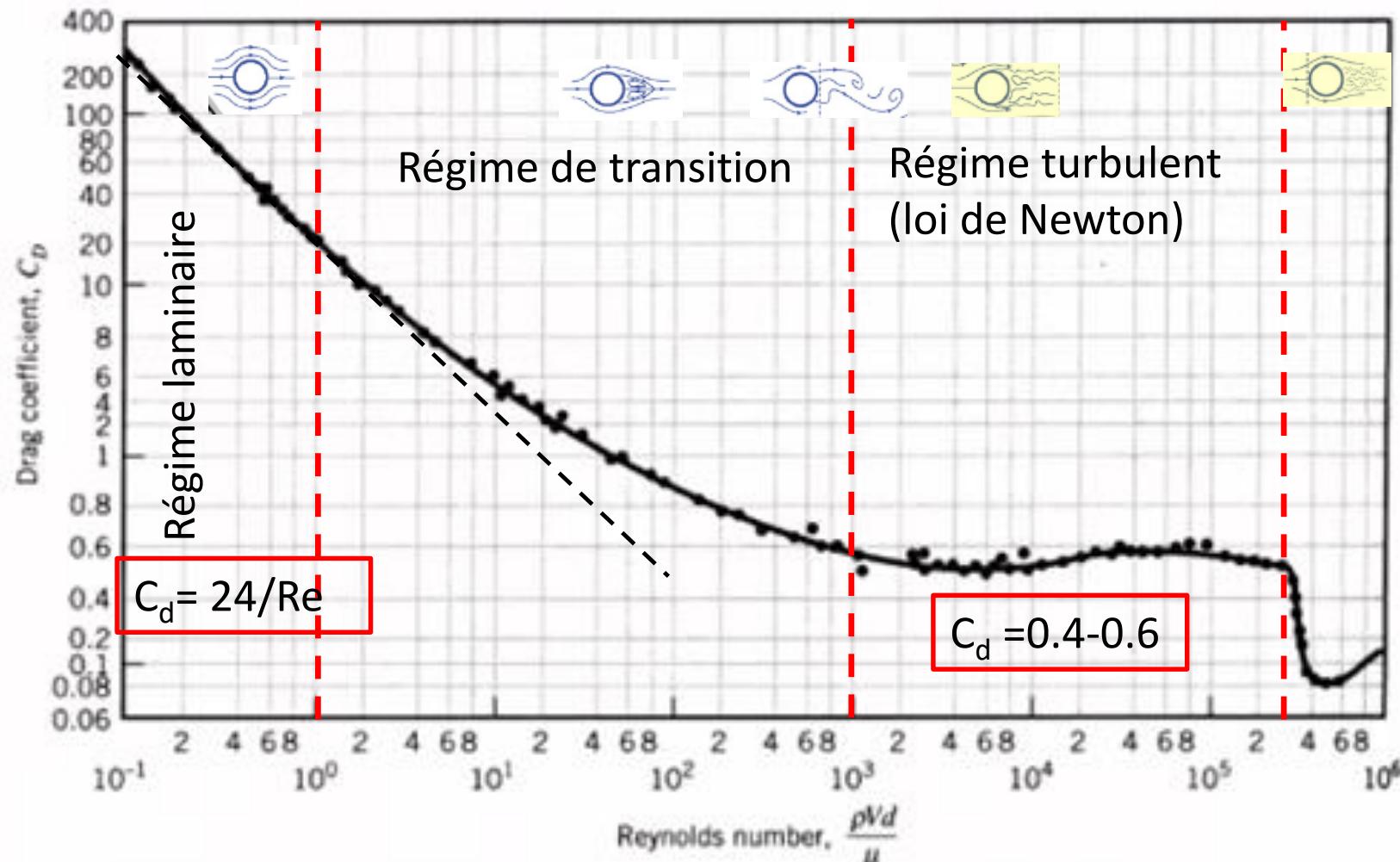
**$C_d = C_d (Re)$**  avec  $Re = \rho D V / \mu = D V / \nu$  le nombre de Reynolds



# Physique des aérosols: Le coefficient de traînée d'une particule

$$C_d = C_d (Re)$$

Pour une sphère



$$C_D = \frac{24}{Re} \left( 1 + 0.15 Re^{0.687} \right) + \frac{0.42}{1 + \frac{42500}{Re^{1.16}}} \quad \text{for } Re < 3 \times 10^5$$

(Clift, Gauvin, 1971)

# Physique des aérosols: le temps de réponse

Pour une sphère, entraînement rectiligne dans le cas laminaire,  
seule la force de traînée agit.

Équation du mouvement suivant x:

$$m \frac{dV}{dt} = F_d$$

Avec la valeur de  $F_d$ :

$$m \frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} \rho V^2 C_d A$$

En réarrangeant:

$$\frac{1}{V^2} \frac{dV}{dt} = -\frac{3}{4} \frac{C_d}{D}$$

Si on prends le cas laminaire, avec  $C_d = 24/\text{Re}$ :

$$\frac{1}{V^2} \frac{dV}{dt} = -\frac{3}{4} \frac{C_d}{D}$$

La solution est:

$$V = V_0 e^{-18 \frac{\nu}{D^2} t}$$

Le temps caractéristique de variation de la vitesse est:

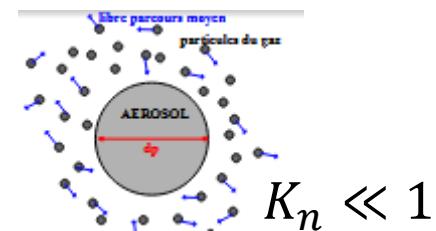
$$\tau_p = \frac{D^2}{18\nu} \quad \text{ou encore} \quad \tau_p = \frac{m}{3\pi\mu D}$$

A.N.  $T=300\text{K}$   $\nu=1,57 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

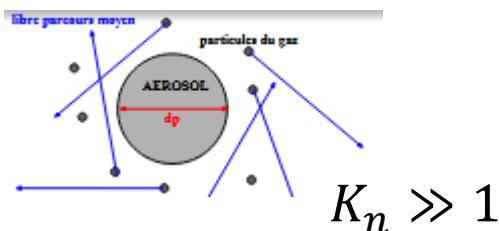
$T=1300\text{K}$   $\nu=17,9 \times 10^{-5}$

# Physique des aérosols: Interaction avec le fluide, régime continu/ moléculaire

Il existe différents régimes suivant la façon dont l'aérosol “voit” le milieu dans lequel il se trouve



No slip condition



Soit:       $\lambda$  le libre parcours moyen dans le gaz  
D le diamètre de la particule

On définit le nombre de Knudsen

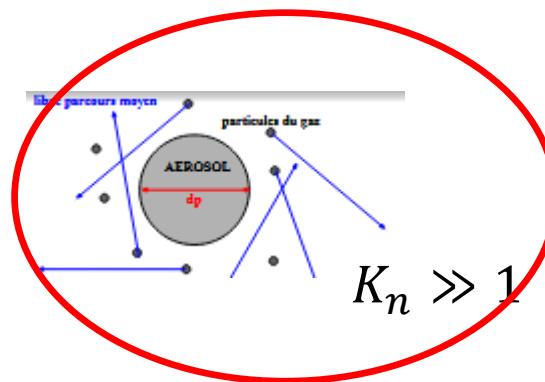
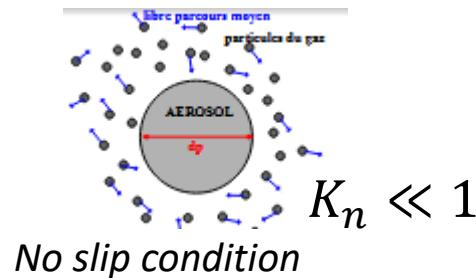
$$K_n = \frac{2\lambda}{D}$$

A.N.:  $\lambda = \frac{\mu}{0.5} \sqrt{\frac{\pi}{8\rho P}}$ , Kn à P=1atm T=300K ou T=1300K avec de l'air

# Physique des aérosols:

## Interaction avec le fluide, régime continu/ moléculaire

$$\text{Rappel: } K_n = \frac{2\lambda}{D}$$



Dans le cas où  $K_n \gg 1$ ; il faut corriger les formules précédentes donnant  $C_d$

==> coefficient de Cunningham C,  $C_d \rightarrow C_d/C$

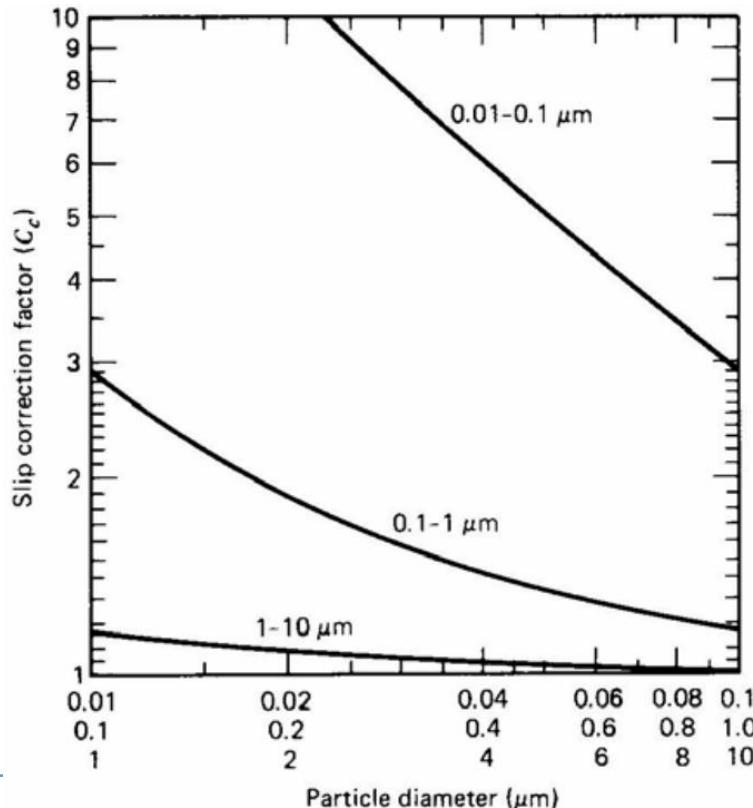
$$C = 1 + Kn \left[ A_1 + A_2 \exp \left( -\frac{A_3}{Kn} \right) \right] \text{ pour les sphères}$$

Pour de l'air  $A_1 = 1.257$

$$A_2 = 0.400$$

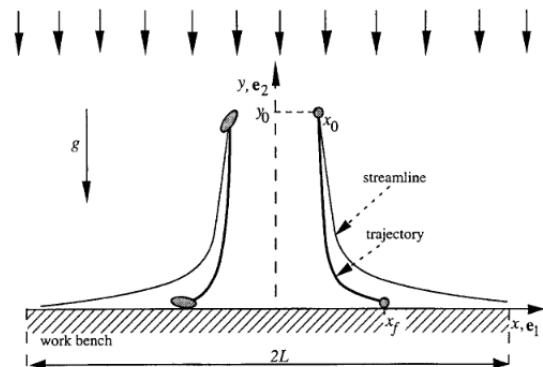
$$A_3 = 0.55$$

Coefficient de Cunningham à 20 °C et à la pression atmosphérique (HINDS 1982)



# Physique des aérosols:

## Mécanismes de dépôt sur une surface

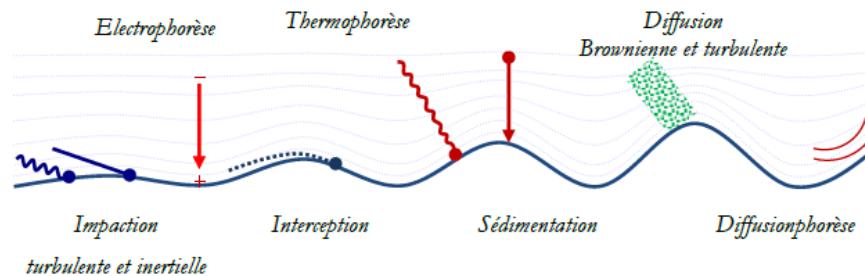


Ce qui a été vu précédemment:  
 Le dépôt par inertiel (par impaction)

Le nombre de Stokes,  $St = \tau_p / \tau_{\text{inertie}}$  permet d'analyser son intensité

Mais les particules proches d'une surface se déposent aussi sous l'action de

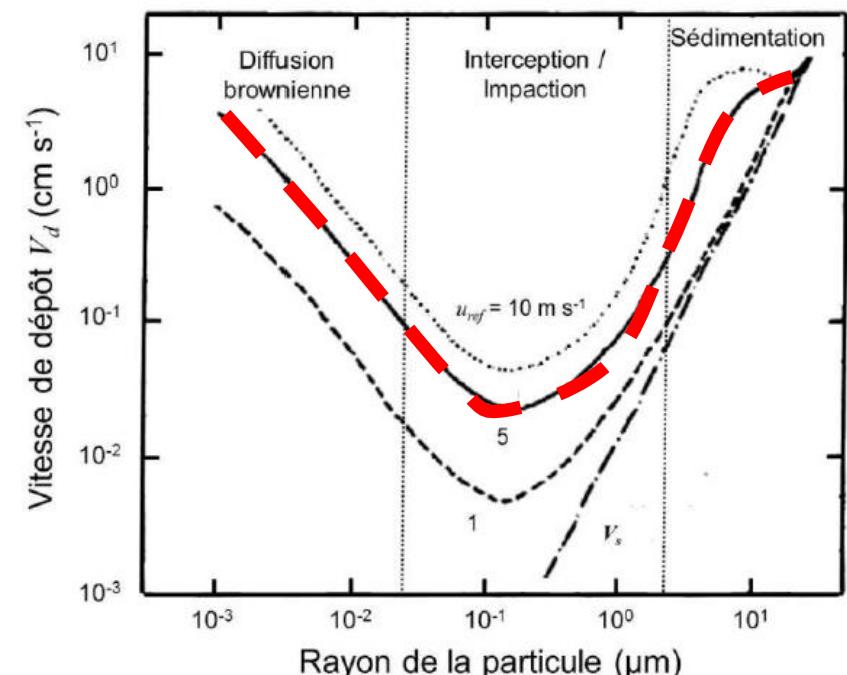
- La diffusion brownienne,
- l'interception,
- la sédimentation.



Mécanismes de dépôt

Exemple dans l'atmosphère

Courbe théorique des vitesses de dépôt des particules en fonction de leur diamètre et de la vitesse (Slater, 1982).



# Métrologie: La vitesse

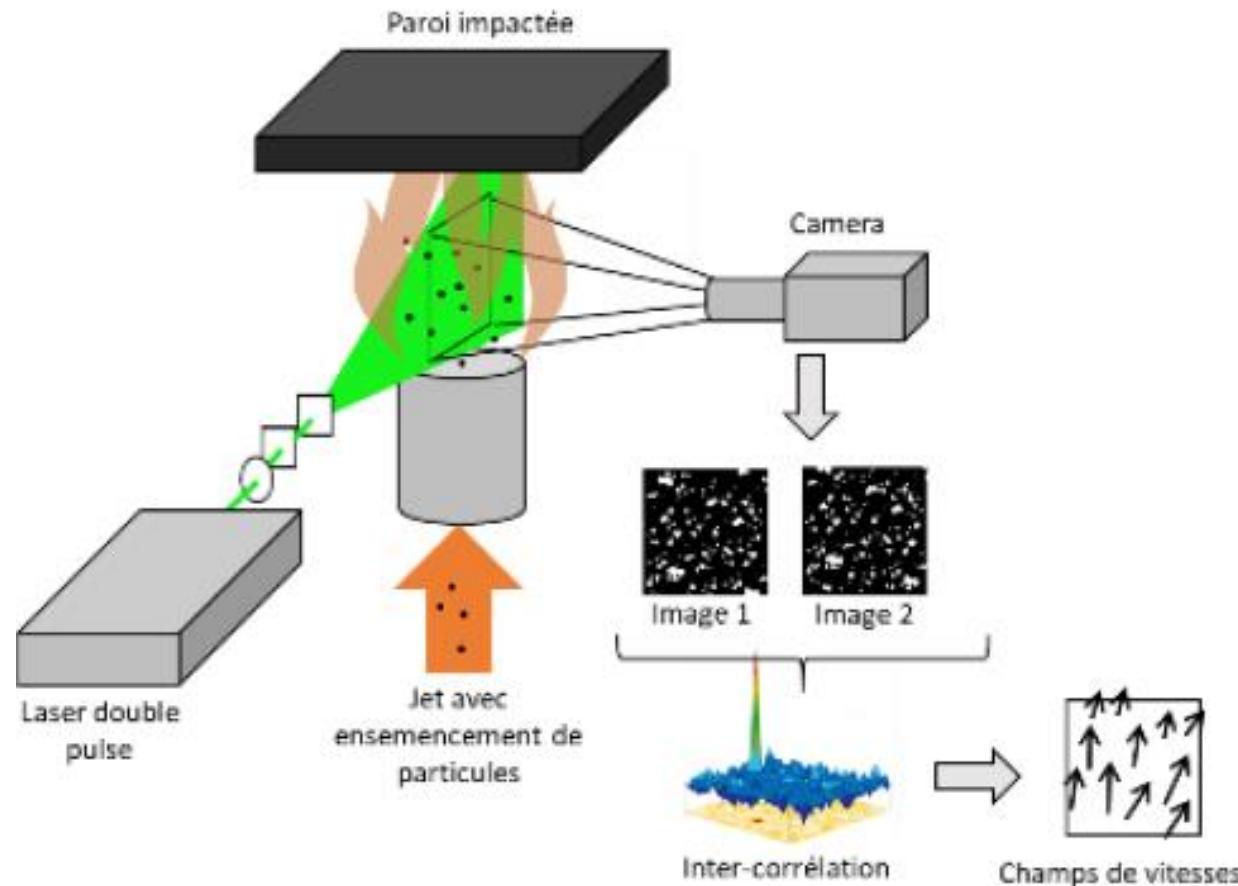


Schéma de principe de la PIV.

# Métrologie: La vitesse

Application au cas de la flamme d'un brûleur à gaz impactant une surface plane



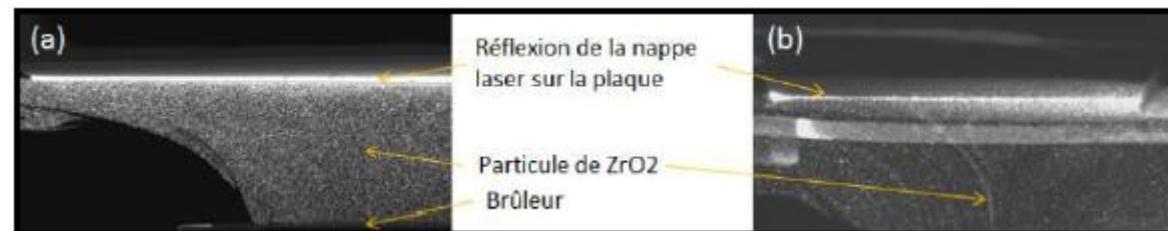
Experimental investigation of a low Reynolds number flame jet impinging flat plates

Eliot Schuhler, Bertrand Lecordier, Jérôme Yon, Gilles Godard, Alexis Coppalle\*

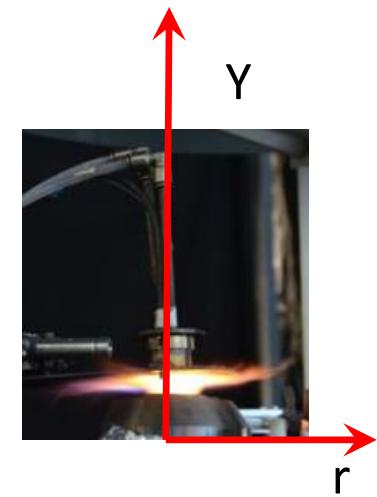
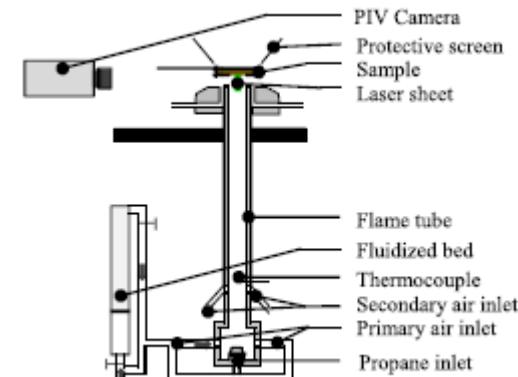
Normandie Univ., UNIROUEN, INSA Rouen, CNRS, CORIA, 76000 Rouen, France

-Attention à l'encemensement:

suffisamment pour avoir des particules en proche paroi  
Mais si trop de particules, images difficiles à traiter

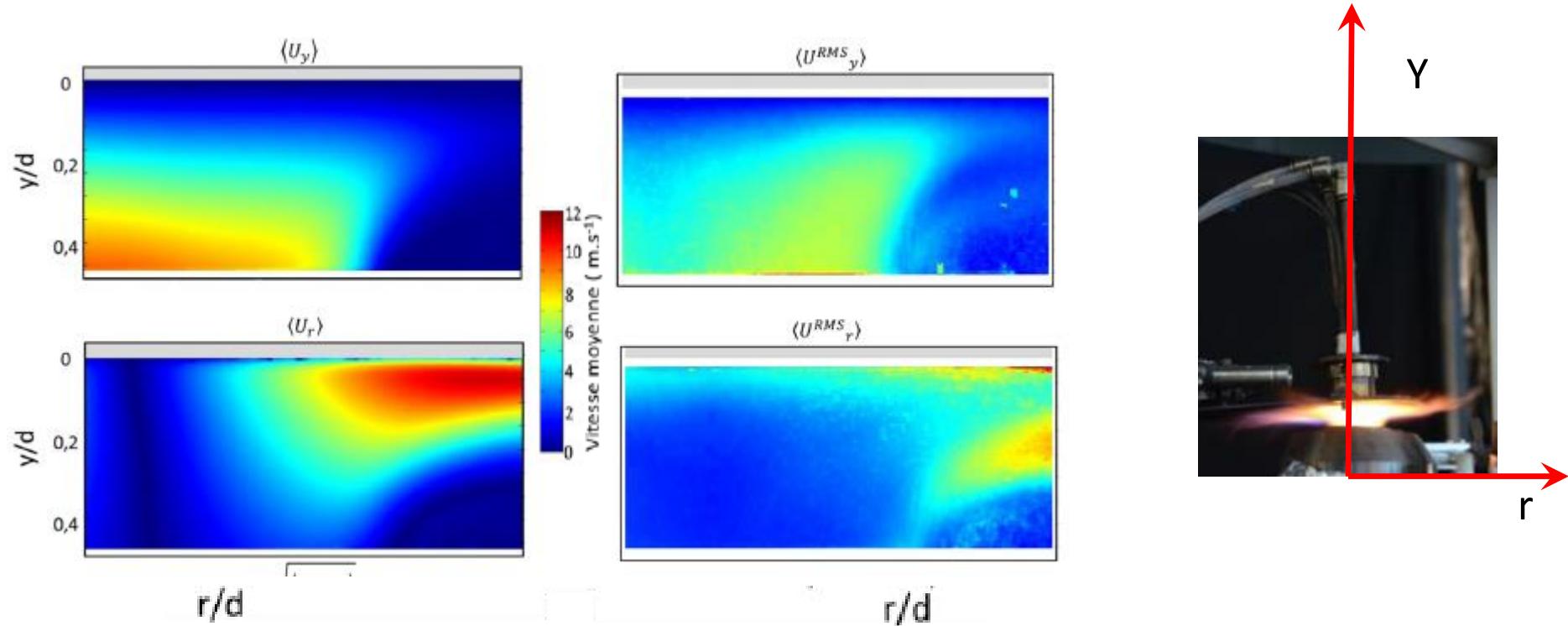


- Des zones de flou induites par les gradients de températures
- Optimisation des fenêtres d'interrogation en proche paroi,  $8 \times 24 \text{ px}^2$ , mais  $12 \times 12 \text{ px}^2$  partout ailleurs



# Métrologie: La vitesse

Application au cas de la flamme d'un brûleur à gaz impactant une surface plane



# Métrologie: La densité de flux thermique à la paroi

Application au cas de la flamme d'un brûleur à gaz impactant une surface plane

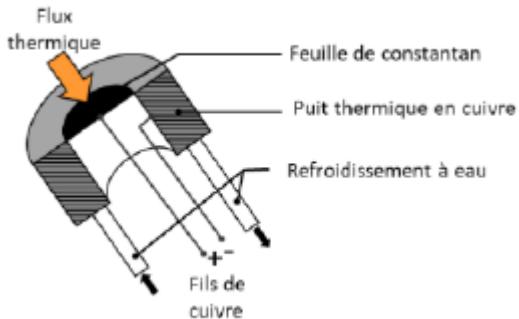


Schéma de fluxmètre de type Gardon.

Attention: fluxmètre refroidi  
==> mesure du flux pour une paroi froide

Attention: Mesure du flux total  
==> convectif + radiatif

# Métrologie: Température dans le fluide

Application au cas de la flamme d'un brûleur à gaz impactant une surface plane

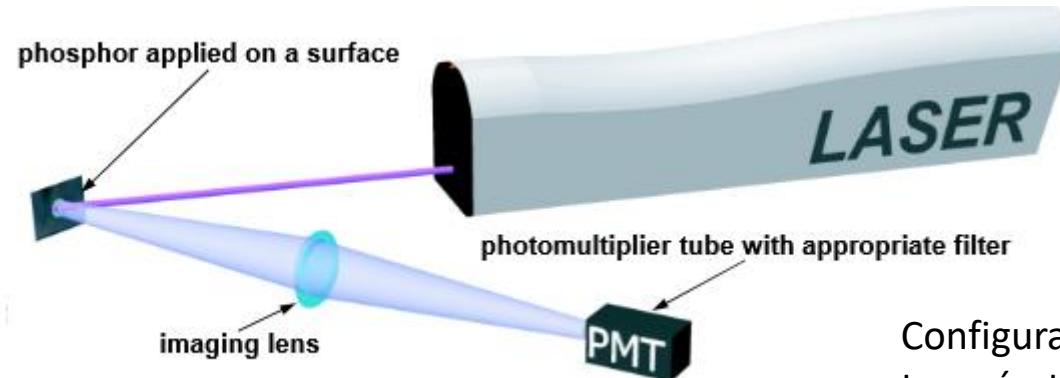
- Mesures avec des thermocouples de type B et de diamètre 50 µm
- Utilisation de thermocouples fins pour minimiser les échanges de rayonnement

$$T_{gaz} = T_{TC} + \frac{D \sigma \epsilon T_{TC}^4}{Nu k}$$



# Métrologie: La température de surface

- Méthode optique utilisant des particules thermo-phosphorescences
- Elle exploite la luminescence émise par les matériaux phosphorescents après illumination par un laser.
- la luminosité émise change en fonction de la température



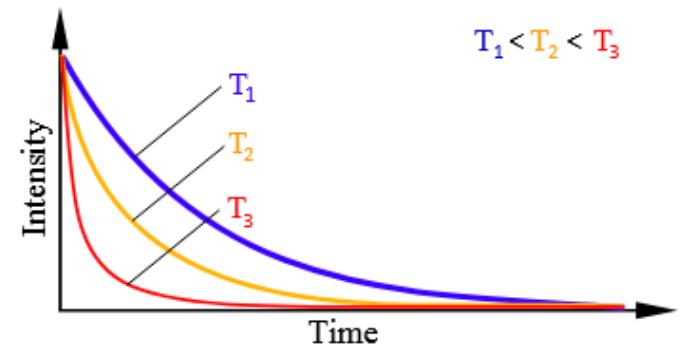
Configuration de base pour les mesures ponctuelles de températures de surface à l'aide de la décroissance d'émission d'un phosphore thermographique.

L'intensité de luminance décroît exponentiellement en fonction du temps

$$I = I_0 e^{-t/\tau}$$

La mesure de  $\tau$  permet de déterminer la température après une calibration

Taux de décroissance de la phosphorescence thermographique après excitation pulsée, représenté en fonction de la température



# Métrologie: La température de surface

Application au cas de la flamme d'un brûleur kerozène impactant une surface plane

International Journal of Heat and Mass Transfer 211 (2023) 124215



Phosphor thermometry for surface temperature measurements of composite materials during fire test

A Chaudhary<sup>a,c</sup>, A Coppalle<sup>a,\*</sup>, G. Godard<sup>a</sup>, P. Xavier<sup>a</sup>, B. Vieille<sup>b</sup>

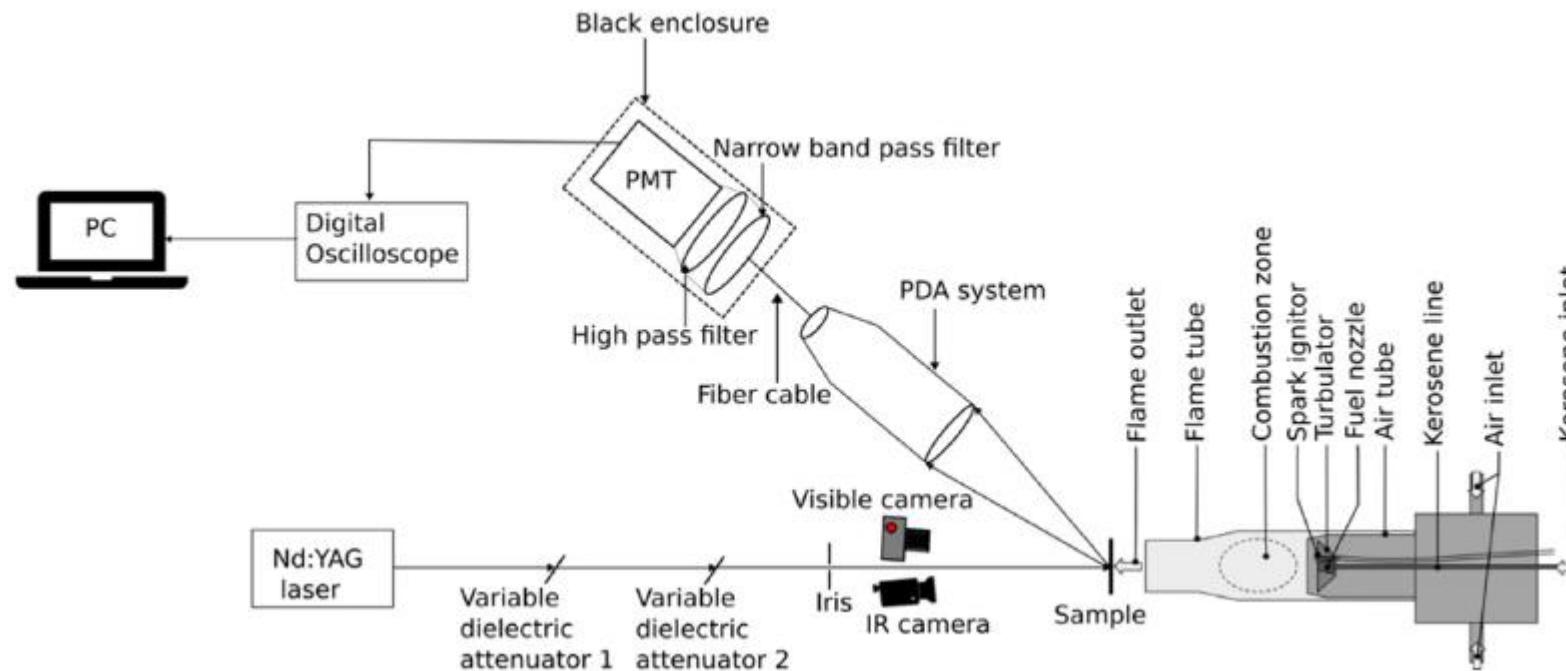


Schéma du dispositif expérimental utilisé

# Métrologie: La température de surface

Application au cas de la flamme d'un brûleur kerozène impactant une surface plane

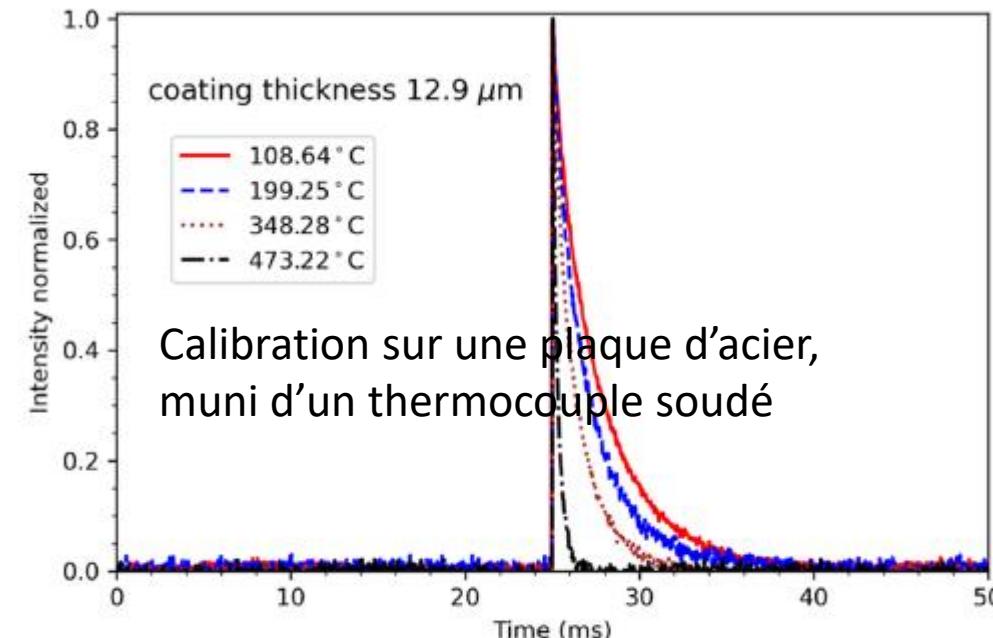
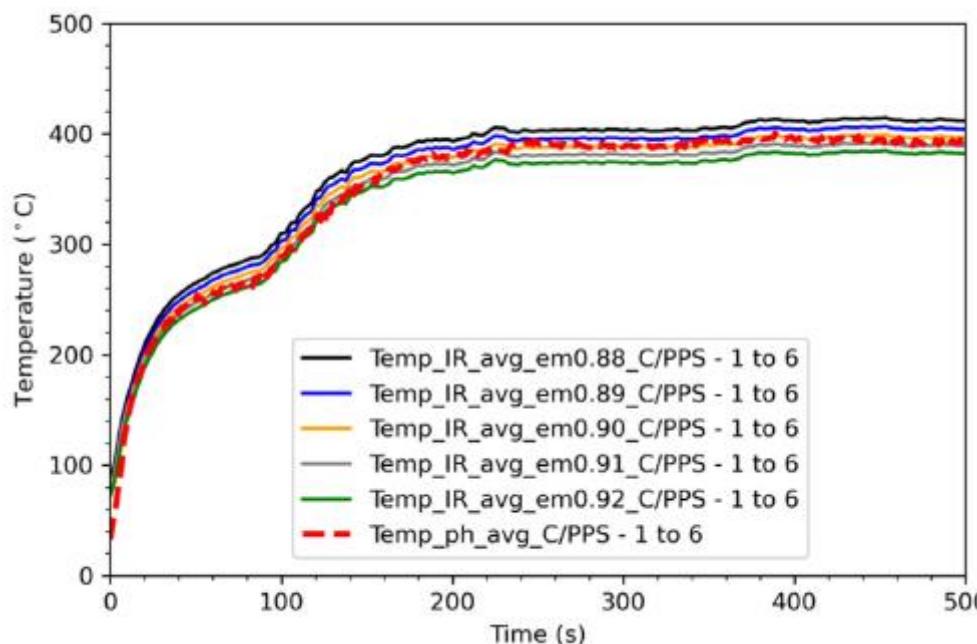
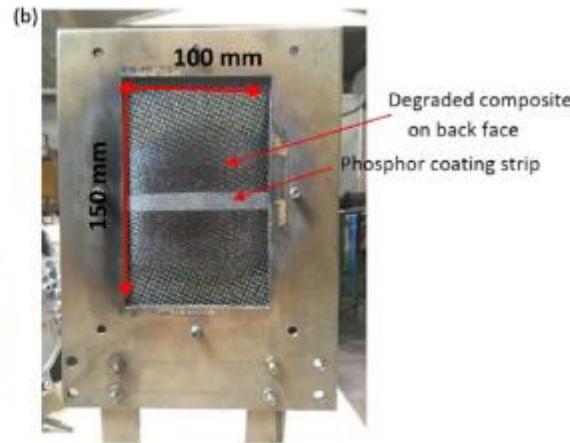
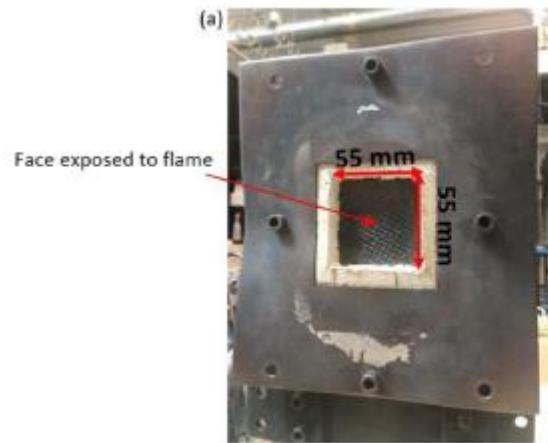


Fig. 5. Steel plate: Normalized phosphorescence signal at different temperatures for a 2 pass coating.

Température moyenne pour plusieurs tests.  
 -Les lignes pointillées représentent les résultats moyens de la thermométrie au phosphore.  
 -Effet du changement d'émissivité de surface de 0,88 à 0,92 pour les mesures IR au centre.

# Bibliographie

- C. E. Baukal, Jr. and B. Gebhart, A review of empirical flame impingement heat transfer correlations, *Int. J. Heat and Fluid Flow* 17: 386-396, 1996
- Giovanni Maria Carlomagno a, Andrea Ianiro, Thermo-fluid-dynamics of submerged jets impinging at short nozzle-to-plate distance: A review , *Experimental Thermal and Fluid Science* 58 (2014) 15–35
- Subhash Chander, Anjan Ray, Flame impingement heat transfer: A review, *Energy Conversion and Management* 46 (2005) 2803–2837
- C. J. HOOGENDOORN, THE EFFECT OF TURBULENCE ON HEAT TRANSFER AT A STAGNATION POINT, *ht. J. HeorM ossT ransfer.V ol.2 0,p p.1 333-1338 P ergamon Press 1977*
- M. Sibulkin, “Heat transfer near the forward stagnation point of a body of revolution,” *Journal of the aeronautical sciences*, vol. 19, pp. 570–571, 1952.
- R. Viskanta, “Heat transfer to impinging isothermal gas and flame jets,” *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 6, no. 2, pp. 111–134, Feb. 1993.
- F. White, *Viscous fluid flows*, 2th edition, McGraw Hill, 1991
- R. Gardon and J. C. Akfirat, “The role of turbulence in determining the heat-transfer characteristics of impinging jets,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 8, no. 10, pp. 1261–1272, Oct. 1965.
- H. Schlichting, *Boundary layer theory*, McGraw Hill, 1979
- T L. Bergman, A. S. Lavine, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 8<sup>th</sup> edition, Wiley, 2017
- Clift, R. and Gauvin, W.H. (1971) *Can. J. Chern. Eng.*, 49, 439-48.
- William C. Hinds, Yifang Zhu , *Aerosol Technology: Properties, Behavior, and Measurement of Airborne Particles*, 3rd Edition, Wiley, 2022